

Костянтин Узбек

**ФРАГМЕНТИ ПОБУДОВИ АНТИЧНОЇ
НАУКИ, ФІЛОСОФІЇ І КУЛЬТУРИ**

Донецк – 2009

ББК
УДК

Узбек К. М. Фрагменти побудови античної науки, філософії і культури / К. М. Узбек. – Донецьк : Східний видавничий дім, 2009. –с.

ISBN 978-966-317-042-8

У

ББК
УДК

ISBN 978-966-317-042-8

©Узбек К. М., 2009

**©Макет "Східний
видавничий дім", 2009**

ЗМІСТ

Передмова	4
Зародження науки й культури Давньої Греції	
Парадокс як стиль мислення древніх	
Математичне мислення – основа раціональності філософії.....	
Піфагорійська гармонія в астрономії.....	
Гармонія піфагорійської особистості	
Атомістичний раціоналізм Левкіппа-Демокрита	
Істинність доказів (античний раціоналізм)	
Ознаки вичерпаності математичних теорій і їхнє філософське обґрунтування	
Математичний раціоналізм мислителів класичного періоду	
Раціоналізм мислителів Афінської академії	
Ейдетична основа математичної класики.....	
Філософія математики Аристотеля	
Систематизація наукових і філософських знань у творах Аристотеля – форма розвитку античної раціональності	
Зародження вищої математики (феномени руху, переходу, змінних величин, нескінченності)	
Витоки і підвалини античної механіки.....	
Вплив математики і механіки на розвиток філософії.....	
Взаємозв'язок математики і філософії у процесі історичного розвитку	
Раціоналізм науки пізнього еллінізму та римського періоду	
Наукова раціональність XVII ст. у контексті спадковості античної математики і методології	
Логіко-дедуктивне обґрунтування програмування	

ПЕРЕДМОВА

Пропонований збірник статей являє собою певну тематичну цілісність у розвитку античної науки й філософії. Основна мета, що ставив перед собою автор при складанні серії статей і виданні цього збірника, полягає в тому, щоб показати читачеві як відбувався розвиток античної науки в безпосередньому взаємозв'язку з філософією, який встановлювався між математикою, природничими знаннями, суспільними науками й філософією і як на базі всього цього формувалася науковий світогляд.

Активна наукова й філософська діяльність мислителів античних шкіл: милетської, піфагорійської, атомістів, Академії Платона, лікея Аристотеля, Олександрійського періоду й інших заклали основу для зародження й розвитку європейської та світової науки.

Піфагорійська гармонія в природі й суспільстві прослідковується й у сучасних наукових і філософських тематиках. Атомістична теорія Левкіппа-Демокрита протягом століть і тисячоліть турбувала видатних учених усього світу.

У збірнику окремі статті присвячені взаємозв'язкам математики й філософії, впливу математики й механіки на розвиток філософії в процесі історичного розвитку.

Системно-структурна побудова сучасного загальнонаукового, технічного й філософського знання націлює суспільну свідомість на встановлення і взаємодії "мікро- і макрокосму", що формує світогляд сучасної людини.

Світогляд людини являє собою непросту сукупність узагальнених уявлень про світ, про різні структури світобудови і їхнє місце у світобудові. Уся сукупність цих уявлень збагачена великою кількістю фундаментальних положень і висновків, здобутих у результаті загальнонаукових і філософських знань стосовно основного питання про місце людини у світі, розуміння її історичного походження й призначення, зміст її існування як особистості в побудові цивілізації, її практичної й духовної діяльності в цьому світі.

У наш час одержав розвиток особливий філософський напрямок – філософія науки. Цей напрямок сформувався в середині XIX століття працями І. Канта, Дж. Мілля, Г. Спенсера, Дж. Гершеля. Їхні дослідження були спрямовані на аналіз гносеологічних характеристик науково-пізнавальної діяльності. У середині XX сторіччя філософія науки сформувалася як важливий розділ філософії, її теоретичних побудов поряд з філософією культури, філософією історії, філософією права й іншими напрямками.

Статті, включені в даний збірник, висвітлюють зародження античної натурфілософії, філософії науки й філософії науки. Вони були написані та опубліковані в різні роки і в різних наукових виданнях, що спричинило повтори певних фундаментальних положень і тез, які, втім, обґрунтовувалися з різних точок зору і з використанням різних підходів.

Сьогодні філософія науки та філософія техніки сформувалися як відносно самостійні області теоретичного пошуку. Якщо наука в людському пізнанні являє собою давній об'єкт філософської рефлексії, то техніка стала предметом більш пізнього професійного філософського аналізу.

Активна й плідна розробка проблем філософії науки й отриманих фундаментальних результатів у ході дослідження привели до необхідності включення цих результатів в освітній процес вищої школи.

З огляду на це, дані статті можуть бути корисні як додатковий посібник викладачам, що ведуть заняття з філософії науки, аспірантам, студентам при підготовці до іспитів і написанні рефератів.

ЗАРОДЖЕННЯ НАУКИ Й КУЛЬТУРИ ДАВНЬОЇ ГРЕЦІЇ

Питанню зародження грецької цивілізації, пояснення причин такого злету протягом століть присвятили свої праці багато авторів.

Бертран Рассел в "Історії західної філософії" відзначає: "У всій історії немає нічого більш дивного й нічого складнішого для пояснення, ніж раптове виникнення цивілізації в Греції" [1, с. 21]. Карл Поппер захоплюється "оригінальністю й глибиною думки античних інтелектуалів", але "ніхто не може з'ясувати, у чому ж секрет їхнього успіху" [2, с. 20].

Теодор Гомперц відзначає: "Підсумки цього духовного підйому, що тривав лише небагато сторіч, значні: завершення героїчного епосу, розквіт... поезії, що опанували спадщиною епосу, початки наукового дослідження й філософського міркування" [3, с. 13].

Високу оцінку діяльності давніх греків у розвитку науки й філософії дає Фрідріх Енгельс (1820–1895): "Це одна із причин, що змушували нас все знову й знову повертатися у філософії, як і в багатьох інших галузях, до досягнень того маленького народу, універсальна обдарованість і діяльність якого забезпечила йому в історії розвитку людства місце, на яке не може претендувати жоден інший народ... у різноманітних формах грецької філософії вже є в зародку, у процесі виникнення, майже всі пізніші типи світоглядів" [4, с. 29].

Французький філософ та історик релігії Ернст Ренан (1823–1892) назвав це явище в історії людства "грецьким чудом".

Свою творчість дослідженню культурної спадщини античності присвятив О.Ф. Лосєв [5], ряд статей опубліковано у філософській енциклопедії.

Фундаментальні дослідження з античної історії науки й філософії виконали С.Я. Лур'є, А.О. Маковельський, Л.Я. Жмудь, А. Зайцев, А.Д. Рожанський і багато інших.

Велику увагу дослідженню розвитку математики й філософії античності приділили наші сучасники: О.І. Кедровський у монографіях "Взаємозв'язок філософії й математики в процесі історичного розвитку", 1973 р.; "Методи побудови теоретичних систем знання (діалог філософа й математика", 1982.; Ф.Х. Кессіді "Геракліт" 1982; "Від міфу до логосу", 1972 р.; "Сократ", 1988 р.; К.М. Узбек "Розвиток раціональності в античній математиці й філософії", 2003 р. та інші.

М.Ф. Овчинников у статті "Парменід – чудо античної думки, і неминуща ідея інваріантів" розглядає принципи побудови

Парменідом наукового знання: "Парменід чітко сформулював критерій реальності, вказуючи на те, що справжня реальність – та, яку можна виявити "очима розуму" [2, с. 83]. Парменід говорить, що в побудові наукового знання "...треба розрізняти закони природи як об'єктивні відносини досліджуваної реальності, з одного боку, і принципи побудови теорії – з іншого" [2, с. 84].

Але, незважаючи на велику увагу до проблем античної науки й філософії, сьогодні, коли ми переосмислюємо здобутки минувщини на новому цивілізаційному витку, виникають нові питання, пов'язані з античністю, які потребують висвітлення із сучасних позицій.

Розглянемо основні риси й причини зародження грецької культури й цивілізації, які так яскраво виявилися в період Античності, в оточенні варварських народів і древніх цивілізацій.

Крито-мікенський період базується на даних археологічних досліджень. Розкопки й археологічні дослідження приводять до VI–V тис. до н.е. Розквіт мікенської материкової культури припадає на II тис. до н.е., коли критська культура занепадає.

Йдучи за давніми цивілізаціями Єгипту й Вавилону, стародавні греки створили монархічні держави: спочатку на Криті – мінойську культуру, а потім на материковій Греції – мікенську. Ця крито-мікенська палацово-монархічна цивілізація нічим не відрізнялася від монархічних режимів східних цивілізацій.

Критська культура вплинула як на розвиток материкової мікенської культури, так і на розвиток культури основних держав Егейського моря й на узбережжя Малої Азії. Але у XI–XIII ст. до н.е. вона припинила існувати. Місцеве населення Давньої Греції – пеласги не залишили значимих пам'яток цивілізації, її створили міграційні потоки іонійців, ахейців, еолійців, фінікійців, дорійців. "Греки прийшли в Грецію трьома хвилями, – пише Бертран Рассел, – спершу іонійці, за ними ахейці, а останніми дорійці" [1, с. 27].

На цю культуру наклали свій відбиток древні культури Єгипту й Вавилону, що відбилося на будівництві палаців – культурних центрів, резиденцій володарів й інших споруд, що відповідало монархічним східним режимам. Носіями цього способу життя були ахейські племена. Їхні царі – басилеї – жили за рахунок "демосу", селян-общинників.

Але вторгнення дорійців у 1260 р. до н.е. з півночі Балканського півострова привело до руйнування палацових культурних центрів, до зміни монархічного способу життя на демократичні форми правління. Дорійці тоді були на рівні родо-племенного способу життя,

відрізнялися винятковою войовничістю. Свідченням цієї епохи є видатні пам'ятки героїчного епосу.

Дорійська навала, зруйнувавши культурні центри, привела до занепаду культури в Давній Греції на тривалий час. Греки стали забувати свою стародавню лінійну писемність, створену ще в крито-мікенський період, зникає високорозвинене ремесло, припиняється торгівля, звужується географічний кругозір. Такий загальний занепад спостерігається в Греції аж до початку першого тисячоріччя [6, с. 9].

У цей період у Греції складається общинний спосіб життя – сільська громада, елементи державності й класоутворення, виділяється землевласницька знать, що зустрічає завзятий опір з боку вільних общинників. Так у Греції складаються умови для формування селянських господарств, ремісничого виробництва, які намагаються вести незалежний від заможної аристократії спосіб життя. Джерела античної історіографії представлені в поемах Гомера "Іліада", "Одіссея"; життя селян періоду становлення рабовласницького суспільства описане в поемах беотійського поета Гесіода – "Роботи й дні", "Теогонія", а також у прозаїчних здобутках Гекатія Мілетського, Гелланіка з Мітілени [7, с. 166]. Подальші історичні факти про життя стародавніх греків і відомості про їхні звичаї знаходимо в "Історії" Геродота, де викладаються події, пов'язані з греко-перськими війнами, і близькі до цих часів події. Історію Пелопонеських воєн виклав у своїй "Історії" Фукідід, що був безпосереднім її учасником, "Історію" Фукідіда продовжив Ксенофонт. Подальшими джерелами історіографії є твори Платона, Аристотеля й інших авторів.

У цей період формується полісна система, де проводилася самостійна політика в управлінні громадою й веденні господарства. З іншого боку, товарообмін між полісами, вільне спілкування між ними збагачував взаємний досвід, сприяв набуттю наукових і духовних цінностей.

Наступний найважливіший фактор у розвитку грецької науки, філософії й культури пов'язаний з феноменом мови. Незважаючи на розмаїтість його форм, "мова – це те загальне, що поєднує всілякі культури, що становлять єдину вісь історичного руху" [2, с. 87]. Різні міграційні потоки іонійців, ахейців, дорійців, місцевих пеласгів, а також карійців, фінікійців сприяли створенню єдиної давньогрецької мови, що згодом стала мовою спілкування між різними народностями, мовою науки й культури у всьому Середземномор'ї. Це сприяло бурхливому злету теоретичної думки античних мудреців і мислителів, оперуванню ними абстрактними поняттями, виробленню наукової термінології. Мова як феномен і культурологічний фактор впливає на

розвиток людської свідомості, вона перебуває в тісному переплетенні з духовним розвитком людської самосвідомості. Мова має глибинний зв'язок із внутрішньою природою людини, вона являє собою певний код для віддзеркалення думки.

У цьому плані варто звернути особливу увагу на діалогічний характер творів. Вони розвивали доказове викладення думки, аргументацію, спростування в суперечці й усе те, що древні називали діалектикою.

Все нове в людській діяльності виникає через безпосереднє спілкування, сприяє побудові людської думки. Саме в мові античні філософи Парменід, софісти і їхній глава Протагор побачили силу розвитку людської думки і її вплив на людське суспільство. Не випадково софісти стали вчителями ораторського мистецтва, готували своїх учнів спеціально для виступу на народних зібраннях, у суді, у наукових і філософських диспутах.

Особливий розвиток мова отримує в Давній Греції при переході від монархічної палацової цивілізації до полісної, у якій переважали демократичні форми правління. Диктат правителя був замінений народними зборами полісу, де перевага віддавалася вільній суперечці, дискусії. Мова стала основним аргументом у політиці, соціальній сфері, у визначенні змісту й напрямку думок вільних громадян. Розвиваючи логіку суджень і будуючи структуру людської думки, мова стала основою в розвитку філософії.

Життя в полісах вільних громадян мало змагальний, агональний (від давньогрецького "агон" – боротьба, змагання) характер. Змагання велося в творенні матеріальних цінностей, в ораторському мистецтві, у логіці мислення, у науці, мистецтві, культурі, філософських дискусіях, у спортивних змаганнях (перші Олімпійські ігри датуються 776 р. до н.е.). "Розпалення політичних страстей на агорі", суперечки між ораторами суттєво вплинули не тільки на зміст, але й форму перших історичних творів. Безсумнівно, з агори приходить у праці грецьких істориків такий важливий елемент усякої науки, як аргументація, що включала систему доказів істинності того або іншого повідомлення" [8, с. 11].

Полісний спосіб життя й демократична форма правління наклали свій відбиток на розвиток динамічної натури, виховання особистості, що самостверджується й набуває самостійного логічного і раціоналістичного мислення. У своїй промові на згадку загиблим воїнам у Пелопонеській війні глава афінської держави Перикл говорив, що "...місто наше – школа всієї Еллади, і думаю, що кожний з нас сам по собі може з легкістю й витонченістю виявити свою

особистість у всіляких життєвих умовах... Настільки великими діяннями ми засвідчили могутність нашого міста на подив сучасників і нащадків" [9, с. 108].

Вирішальне значення в розвитку економіки, науки й культури Давньої Греції мали колонії, які простягалися від "Дону до оазисів Сахари, і від східного узбережжя Чорного моря до берегів Іспанії" [3, с. 5]. Розвиток торгово-грошових і економічних відносин з місцевим населенням, укладання спільних шлюбів, вивчення звичаїв місцевого населення збагачувало культуру й науку Давньої Греції. Розширення колоніальної системи спричиняло розширення географічного виднокола. Не випадково паростки давньогрецької цивілізації зародилися саме в колоніях, де найсильніше були розвинені соціально-економічні, торговельні відносини із древніми цивілізаціями Передньої Азії, Сходу (Єгипту й Вавилону) – це насамперед у Мілеті, Ефесі, Самосі, Родосі, Сіракузах, "...море має найбільше значення для всієї грецької культури" [3, с. 7].

Між метрополією й колоніями встановлювалися торговельно-економічні відносини, розвивалися ремесла й сільське господарство, будувався торговельний і військовий флот, розвивалася навігаційна система, розширювався географічний кругозір, накопичувалися наукові відомості з математики, механіки, астрономії, містобудування, військової справи.

Велике значення у формуванні вільної особистості в грецьких полісах мали демократичні принципи в суспільних відносинах і відсутність жрецтва східного типу, незалежність наукових центрів – від релігії. У невеликих громадах – полісах язичницька релігія не спричиняла такого гнітючого впливу й тиску на вільнодумство громадян, яке відчували народи Сходу при суворих монархічних режимах і релігійному фанатизмі. За Бертраном Расселом, можна так охарактеризувати особистість вільного громадянина грецького поліса: "Не всі греки, але більшість із них, були людьми, якими володіють пристрасті, нещасними людьми, які боролися з собою, вабленими інтелектом по одному шляху, а страстями – по іншому, вони були наділені уявою, щоб осягати небо, і свавільним домаганням, що творить пекло. У них було правило "золотої середини", але в дійсності вони були нестримні в усьому: у чистому мисленні, у поезії, у релігії, у гріху. Саме поєднання інтелекту й пристрасті робило їх великими, поки вони залишалися такими, і ніхто не перетворив би так світ на всі майбутні часи, як вони. Їхнім прототипом у міфології є не Зевс Олімпієць, а Прометей, що приніс із неба вогонь і зазнав за це вічної муки..." [1, с. 38]. Така нестримна волелюбна грецька натура,

що прагне до раціонального, критичного осмислення навколишньої дійсності, сприяла розвитку наукового знання, пізнанню самої об'єктивної реальності. Але не тільки ці риси характеризували громадянина Давньої Греції. "У дійсності, у Греції існували дві тенденції: одна – емоційна, релігійна, містична, потойбічна; інша – світла, емпірична, раціоналістична, зацікавлена в набутті знання... Грецію врятувало від релігії східного типу відсутність жрецтва й наявність шкіл" [1, с. 39].

Як бачимо, спосіб життя вільного громадянина грецького поліса виховував таке раціонально-критичне мислення, яке здатне аналізувати наявні наукові факти, отримані емпіричним шляхом східними народами, установлювати між ними логічні взаємозв'язки, проводити дедуктивні докази істинності цих положень. Ніщо в цей період не приймалося на віру, кожен науковий факт піддавався доказу й обґрунтуванню.

Виникнення доказової науки є подією величезного історичного значення. "У культурному розвитку людства відбувся стрибок, рівний якому важко знайти протягом всієї історії наукових знань", – пише Б. В. Гнеденко [10, с. 53]. Настільки ж високу оцінку цій події дає відомий угорський історик математики А. Сабо: "Одним із найбільш хвилюючих, але до сьогодні маловивчених періодів історії математики, є та епоха, протягом якої практично-емпіричні знання математичного характеру перетворюються на систематичну дедуктивну науку, побудовану на визначеннях і аксіомах" [11, с. 321].

Важко дати однозначну відповідь, чому саме в цей період у математичному пізнанні відбувся такий стрибок. Багато дослідників займалися аналізом цього питання (Б. Рассел, Б. Л. Ван дер Варден, А. А. Вайтман, С. Я. Лур'є, М. Я. Вигодський, Б. В. Гнеденко, Н. Бурбакі, Д. Я. Стройк, К. А. Рибников та інші). Більшість із них сходяться на тому, що це відбулося під впливом певного укладу життя й мислення, характерних для давньогрецької цивілізації, внаслідок суспільних взаємин. "Лише в математиці стародавніх греків доведенню вперше приділяється особлива увага, і це потрібно поставити у зв'язку з тим, – пише М. Я. Вигодський, – що життя грецьких держав протягом тривалого часу характеризується руйнуванням суспільних форм, у бурхливих зіткненнях між класовими й партійними групами особливу роль набуває переконання, доказ, і це позначається не тільки в мовах політичних ораторів, але й у судових процесах, і у філософських суперечках, і у наукових здобутках" [12, с. 231]. Цей фактор, що вплинув на зародження дедуктивної математики, надалі одержав назву

"мистецтво ведення суперечки". Але, очевидно, не тільки це "мистецтво ведення суперечки" визначало розвиток дедуктивної математики. Саме географічне положення Греції, грецьких міст-держав, розкиданих на численних островах по всьому Середземномор'ю, сприяло розвитку науки й техніки, архітектури, мистецтва, літератури" й інших досягнень культури давньої цивілізації. Басейн Середземномор'я в античний час був перехрестям морських торговельних і піратських шляхів. Разом з веденням торгівлі, воєн, піратських розбоїв установлювалися й культурні зв'язки, що сприяло обміну досвідом, науковими досягненнями. Такі контакти із давніми цивілізаціями Вавилону і Єгипту привели до зосередження й акумуляції наукових і культурних досягнень цих народів у Давній Греції. Саме географічне положення, відзначає Теодор Гомперц, благотворно вплинуло на запозичення культур древніх цивілізацій. "Найбільш багаті гаванями бухти Греції відкриваються на схід, де також розсіяні численні острови й острівці, що утворюють ніби переправу, що веде до древніх азійських вогнищ культури. Греція немов звернена обличчям до сходу й півдня й повернена спиною до заходу й півночі, які у старовину не мали цивілізації" [3, с. 4].

Але грецькі дослідники часто одержували результати, відмінні від східних. Це викликало здивування й настороженість, що націлювало їх на переробку східної наукової спадщини. Причини такої невідповідності В.Ф. Каган пояснює наступними висновками: "В умовах швидкого розвитку архітектури, мореплавства, цивільної й військової техніки, в умовах розгорнутих уже у зв'язку із цим досліджень в галузі астрономії, фізики, механіки, що вимагали точних вимірювань, не тільки дуже швидко виявилися протиріччя й неправильності єгипетської геометрії, але й у виправленому вигляді її вбогий матеріал перестав задовольняти більш високим вимогам" [13, с. 358], все це привело до перевірки й доведення положень східної математики.

У грецькому етносі можна знайти фінікійську писемність, єгипетську й вавилонську емпірію, астрономію халдеїв. Але древнім культурам бракувало деяких необхідних ознак цивілізації. Це насамперед – розвиток літератури й мистецтва, дедуктивної математики й філософії. І саме це було створено народами Давньої Греції та послужило основою для зародження європейської й світової культури. Сполучною ланкою між східною культурною спадщиною й грецькою філософією, що зароджувалася, були грецькі мислителі. Йосип Флавій пише: "Всі одноголосно визнають, що перші еллінські

філософи, які міркували про речі небесні і божественні, як, наприклад, Ферекід Сіросський, Піфагор і Фалес, були учнями єгиптян і халдеїв..." [14, с. 108]. Такі подорожі на Схід здійснювали й інші грецькі мислителі: Демокрит, Евдокс та інші. Але ряд сучасних дослідників античності досить скептично ставляться до ідеї про сильний східний вплив на грецьку науку й культуру. Грецькі вчені не переслідували мети використання східної емпірії, вони пішли іншим шляхом, – шляхом створення теоретичної науки. "При всьому бажанні не можна виявити нічого єгипетського в тринадцяти книгах Евкліда, але ж він прожив в Олександрії більшу частину життя. Те ж саме справедливе й щодо інших математиків III ст. – Архімеда, Ератосфена, Аполлонія з Перги, кожен з яких міг ознайомитися з математикою Сходу", – говорить Л.Я. Жмудь [15, с. 170]. Л.Я. Жмудь і С.Я. Лур'є та інші дослідники античності визнають вплив східної математики на ранньогрецьку, але цей вплив не мав вирішального значення. Грецькі мислителі створили свою наукову термінологію, що має чисто грецьке походження. Так, наприклад, астрономія, арифметика, геометрія, тригонометрія, математика, механіка, аксіома, теорема, постулат, трапеція тощо. Треба думати, що грецька наука, як і наука Сходу, мала свій емпіричний період розвитку до створення дедуктивної науки. Саме в цей період і розроблялася наукова термінологія. Приблизно цей період, що криється в глибині століть, представляє монархічний спосіб життя крито-мікенської культури, але в історії Давньої Греції не залишилося ніяких свідчень про цю наукову спадщину, залишилися тільки плоди цієї спадщини. Період часів Гомера, Гесіода й Фалеса, нічого не говорить про розробку термінологічної бази. Фалес, Анаксимандр, Анаксімен, Піфагор та інші вчені користувалися вже готовою термінологією. Тільки термін "філософія" – любомудріє – запропонований Піфагором.

Давньогрецькі мислителі на відміну від мислителів Сходу пішли шляхом створення теоретичної науки, "...логічно виразна послідовна система доказів – самостійна заслуга грецького генія", – відзначає С.Я. Лур'є [16, с. 45].

Із природничо-наукового знання найбільший розвиток у Давній Греції одержали математика, механіка й астрономія. Користуючись результатами мілетської і піфагорійської шкіл, де в математиці використовувався логічний доказ, математики класичного періоду (V–IV ст. до н.е.) побудували ряд дедуктивних математичних теорій і, починаючи з Анаксимандра й Гіппократа Хіосського (2-а пол. V ст. до н.е.), була зроблена спроба побудови систематичного курсу геометрії, але завершив цю роботу Евклід у 300 р. до н.е., створивши

свої знамениті "Начала". Сильний розвиток в олександрійський період одержала математика й математизоване природознавство: механіка, астрономія, географія, а також біологія й медицина.

Паралельно з природознавством у Давній Греції розвивається спочатку натурфілософія мілетців, піфагорійців, елеатів, а потім філософія класичного періоду в школах Сократа, Платона й Аристотеля.

Аристотель поставив перед собою завдання систематизації й класифікації існуючих наук: формальної логіки, ботаніки, зоології, фізики.

Великим науковим центром при Птолемеях стала столиця Єгипту Олександрія. Олександрійський період був періодом розквіту давньогрецької математики й математизованого природознавства.

Давньогрецька література виникла на базі фольклору давньогрецьких племен і народів, першими літературними пам'ятниками були поеми "Іліада" і "Одіссея" Гомера (VIII–VII ст. до н.е.). Найвищого розквіту давньогрецька література досягла в період розвитку демократії в Афінах у V ст. до н.е. Вона відображала ріст самостійності вільних громадян. Центральне місце в літературі зайняли драма, трагедія. Творчість трьох великих представників цього літературного жанру – Есхіла (525–456 рр. до н.е.), Софокла (497–406 рр. до н.е.), Еврипіда (бл. 480–406 рр. до н.е.) характеризує етапи розвитку рабовласницької демократії.

Древня комедія зародилася у Сицилії в Епіхарма (VI–V ст. до н.е.), але подальший свій розвиток одержала в Афінах у творчості Аристофана (бл. 446–385 рр. до н.е.).

Від початку комедії мали політичний характер, у них висміювався занепад патріотичної моралі, розкладання рабовласницької демократії.

Драматургія і театр Давньої Греції відбивали найважливіші сторони суспільно-політичного й духовного життя грецького народу у високій художній формі. Організацію театральних вистав брала на себе держава. Так Есхіл (525–456 рр. до н.е.) у своїх трагедіях прославляв героїко-патріотичні, історичні й релігійно-філософські теми, при ньому визначилися класичні форми будови трагедії. На сцені театру відтворювалися епізоди греко-перських воєн і наступний бурхливий політичний і моральний розвиток афінської рабовласницької демократії.

У трагедіях Софокла (497–406 рр. до н.е.) відбивалася наступна епоха розвитку грецького театру, у якій повною мірою відтворилася цивільні й моральні ідеали розквіту рабовласницької демократії.

Трагедії Еврипіда (485/480–406 рр. до н.е.) характеризували виниклі протиріччя в полісних державах періоду Пелопоннеської війни, які привели до кризи полісної системи Давньої Греції.

Політичні комедії за своїм змістом досягли досконалості у творчості Аристофана. Він виступив нестримним захисником аттичного селянства, стародавніх основ афінської демократії. Сцену театру Аристофан перетворив на арену боротьби за демократичні ідеали.

Грецький театр благотворно впливав на розвиток культури інших народів Середземномор'я, а в епоху еллінізму при будівництві міст на завойованих територіях Олександром Македонським в обов'язковому порядку будувалися театри, стадіони, храми за грецьким зразком, "...театр став одним із вогнищ поширення грецької культури на Схід" [7, с. 188]. Театральне мистецтво Давньої Греції одержало світове визнання й "вплинуло на розвиток світового театру. Уже римський театр, особливо на перших етапах розвитку, використав грецьку театральну спадщину" [7, с. 189].

У культурі, громадському житті, вихованні молоді Давньої Греції помітне місце займала музика. Навчання музиці було обов'язковим предметом системи освіти й морального виховання. Музика в стародавніх греків була тісно пов'язана з піснями, танцями, іграми, становила органічну частину гімнастичних і художніх змагань. Основою грецької музики була народна творчість, що бере свій початок у міфології, народних переказах, сказаннях, піснях. Ще у творчості Гомера й Гесіода та інших грецьких поетів згадуються народні пісні, застільні, гімнастичні й інші пісні.

Давньогрецькі мислителі Піфагор, Архіт, Евклід, Клавдій Птолемей приділили велику увагу розвитку математичної теорії музики. Їхня теоретична спадщина одержала світове визнання, а розроблена ними теорія інтервалів, назви й терміни (октава, кварта, квінта) і сьогодні використовуються в теорії музики. Теорію музики давньогрецькі мислителі будували на строгій пропорційній основі тональних інтервалів, на їх великий подив невловиме фізичне явище звуку раптом піддалося строгому математичному аналізу й установленню пропорційної залежності між тонами, півтонами й співзвучними інтервалами.

Греки надавали великого значення акустичним властивостям сцен театрів, амфітеатрів. Не маючи підсилювальних звукових засобів, вони мистецьки використали акустичні можливості у будівельній справі.

При будівництві палаців і храмів древні зодчі за основу брали людський початок. За їхніми уявленнями людська фігура створена самою природою, тому володіє досконалістю. Прийнявши пропорції людського тіла за деякий абсолют, зодчі прагнули зберегти цю пропорційність і при будівництві палаців і храмів. Відтворити міць і красу чоловічого тіла – це означало в архітектурних будовах створити такий ансамбль, що являв би собою подобу людського тіла (*αναλογία*), але набагато більших розмірів. Так була сконструйована дорична колона, близька до людського тіла, іноді доричні колони заміняли атланти, які здатні були нести вагу, призначену для колон, відстані між колонами відповідали одному кроку атланта, а підшва колони – ступні атланта. Цей антропоморфізм набув широкого застосування в архітектурі Давньої Греції. У класичний період храми створювалися всім полісом, вони ставали головним суспільним будинком, де проводилися міські свята, зберігалася міська скарбниця, художні твори, скульптури.

У класичний період швидкими темпами розвивається вазове мистецтво, що стало окрасою палаців і храмів.

Одним із найбільш значимих архітектурних будов періоду класики й рабовласницької демократії був Парфенон, ансамбль Акрополя і його скульптури. Архітектурний і скульптурний ансамбль Акрополя персоніфікував і прославляв силу й міць Афінської держави. "Основна ідея Акрополя – ствердження єдності еллінського народу й звеличення Афін як керівного центру культури грецької рабовласницької демократії" [7, с. 183].

За часів Перикла (бл. 490–429 рр. до н.е.) Афіни досягли найбільшого розквіту й могутності. Найкращі скульптори й художники прикрашали палаци й храми, учені й філософи відкривали в них школи й вели бесіди та диспути. Афінський театр став кращим у Давній Греції, на театральні вистави приходили глядачі навіть із найбільш віддалених міст, Акрополь – центр Афін – перетворився на своєрідний музей всієї Еллади, у ньому були зосереджені кращі твори образотворчого мистецтва. Гордістю Афін був Парфенон, побудований на найвищому пагорбі на честь богині Афін – захисниці й покровительки міста. Храм був зведений при Периклі архітекторами й містобудівниками Іктином і Каллікратом, а всередині храму стояла статуя богині Афін, що була виготовлена із золота й слонової кістки найвідомішим скульптором Фідієм. Зовні Парфенон прикрашали скульптурні групи й барельєфи, створені Фідієм і його учнями.

Давньогрецька культура – це золотий фонд у скарбниці світової культури й цивілізації. Вона суттєво вплинула на розвиток культури Риму. Греція була завойована Римом і стала римською провінцією. Певну самостійність зберігали Афіни, але грецька культура, наука й філософія завоювали римлян духовно. Грецька мова в Римі була мовою науки й культури. "У I ст. до н.е. у Римі відбувається подальше поширення грецьких учень: епікуреїзму, стоїцизму, скептицизму, а також еклектицизму" [17, с. 564]. Перші представники римської науки й філософії – Фігул, Варрон, Цицерон прагнули "донести до римлян грецьку філософію... для чого необхідно було починати створювати латинську філософську термінологію" [17, с. 571].

Але політика Римської імперії переслідувала чисто прагматичні цілі. Християнська релігія, ставши державною в Римській імперії, стала могутнім фактором у зміцненні Римської держави, в утвердженні раціоналізму й практицизму в усіх сферах її діяльності. Цей практицизм і прагматизм древнього римлянина наскрізь пронизував все римське суспільство й державу, прагнучи у всьому знайти практичну доцільність.

Християнська релігія виконала велику просвітницьку місію. Будуючи своє віровчення на геоцентризмі Аристотеля й Клавдія Птолемея, вона створила своєрідну теорію, що була прийнята сучасниками. Видимий рух небесних світил на небосхилі й центральне положення Землі у Всесвіті не викликали сумнівів. Аристотелівський світовий розум – НУС, що управляє світом, був основним положенням християнського віровчення. У 529 р. спеціальним указом імператора Юстиніана була закрита Академія Платона – оплот древнього язичництва. Подальший розвиток науки й філософії було цілком підпорядковано християнській релігії. Незважаючи на різні єретичні катаклізми, основний розвиток науки й культури перебував у віданні церкви. Церква формувала суспільну думку, займалася вихованням народних мас протягом двох тисячоліть. Усе це наклало свій відбиток і на розвиток науки й культури наступних поколінь, "...наш образ думки, наші мовні звороти, наше ставлення до життя й смерті, наше уявлення про права й обов'язки людини, наші погляди на взаємини між чоловіком та жінкою, наші поняття про відповідальність, провину, справедливість та рівність були б зовсім іншими, якби не з'явилося християнство, що формувало нашу культуру", – говорить Н. Лобковіц [18, с. 72]. Християнство проникло в усі сфери людської діяльності. Християнські ченці Кирило й Методій створили слов'янську абетку, чим заклали основи писемності слов'янських народів, а хрещення

народів Київської Русі в 988–989 рр. сприяло об'єднанню слов'янських народів у єдину централізовану державу. Християнські храми носили антропологічний характер, вони персоніфікували силу й міць народу, вселяли впевненість у своїй єдності для відбиття навал ворожих племен. "Храми стоять немов билинні богатирі, що по пояс вросли в землю" [19, с. 46]. Візантійська вченість і духовність наклала свій відбиток на розвиток науки й культури європейських і азійських народів. "Християнство складає основу всієї нашої культурної спадщини" [18, с. 72]. Культурна спадщина народів Давньої Греції поширилася по усьому світу, одержала визнання й подальший розвиток іншими народами світової цивілізації.

ПАРАДОКС ЯК СТИЛЬ МИСЛЕННЯ ДРЕВНІХ

Наука як частина загальнолюдської історії розвивається паралельно з розвитком людського суспільства. Розглядаючи світобудову, світовий космос як щось хаотичне й прагнучи розібратися в цьому хаосі, яким править якийсь абстрактний розум (нус), давні мислителі прагнули виробити певний стиль мислення, встановити закономірності явищ, що відбуваються в навколишньому світі. Догрецька наука носила емпірико-догматичний характер. Але вона залишила багатий емпіричний матеріал, який необхідно було дедуктивно довести й філософськи обґрунтувати. Цю велику роль виконала давньогрецька наука. Прагнучи до встановлення загального порядку й знаходження закономірностей світобудови, давньогрецькі мислителі виявили протиріччя (парадокси) і намагалися їх певним чином вирішити. Цей парадоксальний (суперечливий) стиль мислення наклав свій відбиток на мислителів всіх наступних поколінь. Найбільшою заслугою цих поколінь мислителів був розвиток теоретичної науки. "Теоретичне мислення кожної епохи... – це історичний продукт, що приймає в різні часи дуже різні форми й разом з тим дуже різний зміст. Отже, наука про мислення, як і будь-яка інша наука, є історична наука про історичний розвиток людського мислення" [7, с. 26]. Біля витоків такого теоретичного знання стояв Фалес Мілетський (VI–V ст. до н.е.), основоположник Мілетської школи, математик і філософ, один із семи мудреців Давньої Греції.

Але докази Фалеса мали предметний характер. Більш абстрактні форми математика одержала в піфагорійській школі. Відповідно до вчення Піфагора (580–500 рр. до н.е.), число є сутністю речей, математичні абстракції таємниче керують світом, установлюючи в

ньому певний порядок. Числа визнавалися не просто вираженням закономірного порядку, але й суттю матеріального світу. Вчення Піфагора і його учнів стосувалося геометрії, теорії чисел, астрономії й інших наук. Але найбільше вони цінували результати, отримані в теорії гармонії. Так, піфагорійці встановили, що якщо довжини струн співвідносяться як 3:4:6, то вони дають найбільш гармонійний акорд, особливе звучання. Велике значення піфагорійці надавали "золотому перетину". Вони вважали, що пропорції, установлені за допомогою цього перетину, найбільш досконалі. Але незважаючи на те, що вони прагнули до встановлення гармонії в навколишньому світі й у математичних висновках, в остаточному підсумку вони прийшли до протиріччя в результаті доказу теореми, що встановлює залежність між сторонами прямокутного трикутника $c^2 = a^2 + b^2$ (квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів – теорема Піфагора). Ця теорема привела до першої кризи основ математики й усієї філософської системи піфагорійців. Як відомо, піфагорійці вважали числа суттю речей. Якщо існує число, то існує й річ, що характеризується даним числом. Зворотного твердження вони не визнавали, тобто число було первинним щодо речі. Але з доказом теореми Піфагора й одержанням залежності $c^2 = a^2 + b^2$ стали з'являтися числа, відмінні від раціональних, раніше невідомі, не використовувані піфагорійцями – ірраціональні числа. Виниклі протиріччя привели до кризи основ математики й усієї піфагорійської філософської системи. Вихід з кризи основ математики став можливим пізніше, завдяки роботам Евдокса Кнідського (408–355 рр. до н.е.) і його учнів. Математика перейшла з дискретної на континуальну основу. Основою в математиці визнавалося не число, а величина, під якою розумівся деякий прямолінійний відрізок, що міг безупинно змінюватися. Вимірювався він з будь-яким ступенем точності за допомогою інших відрізків. Розроблений Евдоксом Кнідським "метод вичерпання" є найвидатнішим творінням математики за всю її історію" [2, с. 197], він дав можливість розв'язати протиріччя, які виникли у результаті доведення теореми Піфагора, і подолання першої кризи її основ.

На особливу увагу заслуговують апорії Зенона Елейського (бл. 490–430 р. до н.е.) і суперечливий стиль його мислення, що за допомогою парадоксальних доведень піддавав істини сумніву. Він висунув 45 апорій (протиріч, парадоксів), з яких до нас дійшли 9. Його апорії спрямовані проти множинності, нескінченності й руху. Чотири з апорій, які дійшли до нас, іменуються апоріями руху, це апорії "Ахілес і черепаха", "Стріла, що летить", "Дихотомія", "Стадії".

Так, у апорії "Ахілес і черепаха" стверджується, що швидконогий Ахілес ніколи не наздожене черепахи, тому що поки він пройде відстань до черепахи, черепаха за цей час пройде деяку відстань, після проходження ним цього нового шляху черепаха пройде новий відрізок шляху й т.і. За логікою суджень цей процес нескінченний, тому що черепаха увесь час буде випереджати Ахілеса й буде проходити певну відстань, перш ніж Ахілес пройде попередню відстань. Але в дійсності виходить інакше. Ахілес, маючи більшу швидкість, повинен обігнати черепаху. Парадокс полягає в логіці суджень, яка не відповідає реальній дійсності.

Якщо проаналізувати судження Зенона в апорії "Дихотомія", то прийдемо до того, що рух узагалі відсутній. Щоб пройти відрізок усього шляху, необхідно пройти спочатку першу його половину, а щоб пройти першу половину, необхідно пройти чверть, потім – восьму й т.д. нескінченно. Отже, щоб пройти відрізок певної довжини, необхідно пройти нескінченну кількість відрізків, сума яких дорівнює

$$S = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \dots$$

Отже, щоб пройти весь відрізок, потрібна нескінченна безліч відрізків часу, що практично неможливо. Із цієї логіки суджень виходить, що рух неможливий. У цьому плані також вступають у протиріччя дійсний факт і логіка суджень.

Така логіка суджень настійно вимагала розробки нових методів переходу від дискретних (перервних) до континуальних (неперервних) основ, від кінцевих множин до нескінченного й уведення граничного переходу. Аргументи Зенона Елейського також приводили давньогрецьку математику до кризового стану й настійно порушували питання про розвиток діалектичного способу мислення. Математика зокрема й наука взагалі в цей час розвивалася на основі математичного атомізму Піфагора й фізичного атомізму Левкіппа-Демокрита, у науковий обіг увійшли діалектичні методи й безперервність (континуальність). Основне положення, відстоюване Зеноном і Парменідом (учитель Зенона), полягає в тому, що перервність, множинність і рух – характеристики видимої, чуттєво сприйманої картини миру. Але ця картина світу, на їхню думку, не є достовірною: істинна картина світу осягається умоглядно, безпосередньо логікою мислення. Спроба мислити про множинність світів приводить до протиріччя. Якщо виходити із цієї множинної картини світу, то сума нескінченної безлічі малих величин приведе до

нескінченно великої, необмеженої величини. Такий постулат є помилковим у сучасній математиці. На підставі граничного переходу, розробленого французьким математиком Огюстеном Коші й німецьким – Карлом Вейєрштрассом, були встановлені певні закономірності в діях над нескінченно малими й нескінченно великими величинами. Але заслуга Зенона Елейського полягає в тому, що він поставив ці завдання й установив протиріччя.

Завдання відображення руху носить суперечливий, діалектичний характер. Зенон і не думав спростовувати існування руху, питання полягає в тому, як виразити його в логіці понять.

Наведені приклади показують, що при вивченні будь-якого процесу спостерігається взаємодія кінченного й нескінченного, дискретного й безперервного. Процес, що розвивається діалектично, необхідно призупинити, вивчати в спокої, далі необхідно вивчити діалектично суперечливий взаємозв'язок між його елементами, взаємне проникнення протилежностей і виявлення тенденції розвитку цього процесу.

Апорії Зенона Елейського не втратили свого значення й у наші дні, тому що вони належать до основних законів діалектики й руху, до складних проблем основ математики, пов'язаних з абстракціями актуальної й потенційної безкінечності.

Діалектика суперечливих суджень проникла повсюдно в життя давньогрецького суспільства. Вона проявилася в мистецтві ведення суперечки, у діалогах повсякденного життя, у судових процесах, у наукових диспутах. Переслідувалася одна мета – досягнення істини. Для цього необхідно було вигострювати логіку мислення, логічну побудову діалогу, дискусії.

Виняткового значення мистецтву ведення суперечок (дискусій) надавав Сократ. Він не визнавав наукових праць, уважав, що неможливо відобразити, виразити в працях той діалог, що може виникнути в суперечці, наблизити його до істини. Важко заздалегідь передбачити ті проблеми, які можуть виникнути в суперечці. Сократ стверджував, що діалог – справжня, жива й одушевлена мова тямущої людини, писемність же – це всього лише "наслідування діалогу". У письмових творах, вважав Сократ, легше уникнути видимих протиріч, згладжуючи гострі кути, а в суперечці, у протиріччях народжується істина. Але це однобічний підхід. Неможливо розвивати науку без писемності, без акумуляції знань у писаннях, творах. Не записавши основних наукових висновків, можна втратити їх безповоротно.

У діалозі Сократ виступав не в ролі вчителя, а в ролі співрозмовника, найбільше він цінував майстерність задавати

питання, які, на його думку, приводили до народження істини в голові співрозмовника. Цей метод питально-відповідного діалогу, що одержав назву методу "майєвтики", найчастіше заганяв співрозмовника в глухий кут, і співрозмовник вступав у протиріччя із самим собою. Сократ підбирав питання таким чином, щоб, коли співрозмовникові доводилося на них відповідати, він спростовував попереднє твердження. Цей метод "майєвтики" або сократівських "пасток" став класичним методом у різних діалогах. У методах ведення суперечки Сократа порівнювали зі скатом, з гедзем, у тому розумінні, що, бентежачи інших, він сам заходить на слизьке. Але, активізуючи в такий спосіб співрозмовника, він змушує його поміркувати, наблизитися до істини. Через це Сократ не залишив письмової наукової й літературної спадщини. Про його наукові здобутки свідчать письмові праці його учнів, істориків, коментаторів, в основному Платона, Ксенофонта, Аристотеля. Але метод ведення діалогу, суперечки, спростування, приведення до протиріччя, названий методом "майєвтики" або сократівської "пастки", як згодом назвали цей метод, широко використовувався мислителями наступних поколінь.

Наукова дискусія, у яку Сократ прагнув утягти співрозмовника, являла собою розумовий експеримент. На початку діалогу Сократ намагався уточнити основні поняття й визначення, розвиваючи логіку мислення й користуючись індукцією, прагнув підвести співрозмовника до істини.

Такий метод спростування, тобто приведення до протиріччя за рецептом Зенона Елейського й Сократа, знайшов застосування й у математиці, як класичний метод доведення від противного. Для доведення певного положення робиться спроба спростувати твердження, яке формулюється в теоремі. Але якщо при цьому приходимо до безглуздості, до протиріччя, то твердження теореми вірне, а його спростування невірне [4, с. 62]. Аналізуючи основні положення й методи побудови окремих наук, у тому числі й математики, можна прийти до наступного висновку: основні поняття, їх першооснови, форми суджень і методи побудови розроблялися у філософських школах. Аристотель відзначає, що "... досліджувати те, що становить привхідні властивості суцього як такого й протилежності його як суцього, – це справа не якої-небудь іншої науки, а тільки філософії", і далі: "Хоча математик на свій розсуд і користується загальними положеннями, але засади математики першою має досліджувати філософія" [1, с. 278]. Аристотель визначає математику й науку про природу (перша філософія) як умоглядні

науки, які переважніші за інших. Але до математики він підходить диференційовано, розглядаючи її за розділами (арифметика, геометрія, астрономія), кожний з яких займається певною сутністю, "а загальна математика простирається на всі" [1, с. 182].

Йдучи за Аристотелем, можна відзначити, що математики, створюючи свої теоретичні побудови, використовують філософські висновки, тому що методи, розроблені філософами, мають загальний характер і придатні для всіх інших наук. Такі першооснови теоретичної математики як визначення, аксіоми, постулати, означувані й неозначувані поняття та ін., розроблялися в диспутах філософських шкіл. Вважалося, що структурна їх побудова – справа не математиків, а філософів. Прагнучи "обійти" парадоксальні явища, філософи будували такі логічні конструкції, які використовувалися потім у побудовах теоретичної математики. Показовим є логіко-силогічна конструкція Аристотеля, що надалі була використана Евклідом у побудові знаменитих "Начал". Цей дедуктивний метод став загальноновизнаним.

Але слід зазначити, що й математика своїми методами часто впливала на розвиток філософської думки й виводила її з кризової ситуації, наприклад вже згадувана теорія пропорцій Евдокса Кнідського.

Подальший розвиток математики відбувався на дискретній атомістичній і континуальній основі. З одного боку, математичний атомізм піфагорійців і фізичний атомізм Левкіппа-Демокрита дозволив вирішити багато завдань математики й природознавства, а з іншого – континуальна геометрична система сміливо входила в математику й стародавню науку. Розвиваючись паралельно, ці дві суперечні одна одній системи поглядів на навколишній світ привели до створення диференціального й інтегрального числення й обумовили вихід з другої кризи основ математики. Корені цих глибоких протиріч, як бачимо, були виявлені більше двох тисяч років тому давньогрецькими вченими, а їхнє вирішення зумовило новий якісний стрибок у науковому пізнанні.

Глибокі фундаментальні дослідження були проведені давньогрецькими дослідниками і в галузі логічних побудов. Логічні парадокси були виявлені ще за 2-3 тисячоліття до н.е. Приклад – "парадокс брехуна", приписуваний Евбуліді. "Усі критяни – брехуни", – заявляє критянин. Якщо він говорить правду й він критянин, то він, щонайменше, один критянин, що говорить правду. Якщо він говорить неправду, тобто не всі критяни брехуни, а хтось говорить правду, то знову виходить парадокс.

Інший парадокс – це парадокс "купи". Одне зерно не є купою, а два, три, чотири й т.д. зерна чи будуть представляти купу? Починаючи з якого $n+1$ кількості зерен будемо мати купу? У результаті таких міркувань одержуємо парадоксальне явище, що ніколи не одержимо "купи", тобто множини. Але математично абстрагуючись від матеріальної дійсності й створюючи теоретико-множинний апарат математики, під множиною прийнято розуміти будь-яку сукупність, у тому числі й сукупність, що складається з одного, двох елементів і взагалі що не має жодного елемента – це множина, іменована порожньою множиною.

З особливою силою парадокси древніх проявилися в процесі розвитку формальної й математичної логіки, у теорії множин і різних логічних побудов. Вони постали перед науковим світом як парадокси Рассела, Рішара, Кантора, Буралі-Форті й інших. Бурхливий розвиток нових математичних методів, створення теорії множин і арифметизація математичного знання, як у фокусі, сконцентрували всі логіко-математичні протиріччя й парадокси. Ці парадокси мають багато загального з парадоксами типу "брехуна", "купи", апоріями Зенона, вони спрямовують думку дослідника на побудову нових теоретичних систем, що усувають ці протиріччя. Так, Е. Каснер і Д. Ньюмен у статті "Загублений і віднайдений парадокс" указують на одне із джерел появи парадоксів: "Зверніть увагу на слово "всіх" – якраз воно й небезпечне... Коли математик говорить, що якісь твердження істинні для певного об'єкта, то це цікаво й, напевно, безпечно. Але, коли він намагається поширити своє твердження на всі об'єкти, то, хоча це значно більш цікаво, але набагато небезпечніше. У переході від одного до всього, від спеціального до загального математика досягла своїх найбільших успіхів, але й наразилася на серйозні невдачі, найважливішу частину яких становлять логічні протиріччя" [3, с. 23-24].

Фон Нейман причиною парадоксів теорії множин уважав "елементність" множини. "Це означає, що причиною парадоксів є не існування надвеликих множин, а уявлення їх як членів інших множин" [6, с. 124].

Д. Гільберт вбачав усунення парадоксів у теорії множин і в будь-якій дедуктивній теорії в повній їх формалізації. Він пропонував формалізувати не тільки математичні символи й поняття, але й правила виведення. На його думку, математика повинна перетворитися на певну сукупність формул, з яких одна переходить в іншу за строгими правилами виведення, утворюючи тим самим замкнуту аксіоматичну систему. Але чи можна створити таку

аксіоматичну систему, яка б вирішила всі протиріччя? Усередині самої аксіоматичної системи з'являються нерозв'язні елементи, приєднання яких до попередніх веде до розширення цієї аксіоматичної системи, а усередині розширеної аксіоматики також виникають недовідні й незаперечні елементи. Це зумовлює побудову нескінченної ієрархії аксіоматичних систем. Виходить, що кожна аксіоматика страждає на дедуктивну неповноту, вона не може довести всі позиції теорії.

Австрійський логік К. Гедель у своїх теоремах переконливо довів неповноту логічних систем. Він установив, що в будь-якій логічній побудові зустрічаються твердження, які неможливо ні спростувати, ні довести за допомогою раніше прийнятої аксіоматичної системи. Ці недовідні положення або можуть бути перевірені на практиці, або вони можуть бути доведені більш сильною аксіоматичною системою й включені в попередню. Таке розширення аксіоматичної системи приводить також до розширення її дедуктивних можливостей. Ці математичні побудови ще раз підтвердили суперечливість наукового пізнання.

Варто зупинитися ще на одному важливому моменті при побудові математичного знання, яким є рішення завдань на побудову. Як відомо, такого роду задачі вирішуються за допомогою циркуля й лінійки. Але за допомогою цих засобів виявилось неможливим вирішити три знамениті задачі, названі "трьома задачами старовини" – побудова квадрата, рівновеликого за площею даному кругу (задача про квадратуру круга), побудова куба, об'єм якого удвічі перевищує об'єм даного (задача про подвоєння об'єму куба) і розбиття кута на три рівні частини (задача про трисекцію кута). Але ці задачі виявилися розв'язними за допомогою інших, більш сильних аналітичних засобів. У ХІХ столітті було доведено, що всі три задачі нерозв'язні за допомогою циркуля та лінійки. Питання можливості побудови повністю вирішується алгебраїчними методами, основаними на теорії Галуа. Значимість "трьох знаменитих задач старовини" у математиці й у науці загалом велика, – вони суттєво вплинули на подальший розвиток багатьох розділів математики. Суперечливість і неможливість доведення за допомогою одних засобів і можливість розв'язання їх за допомогою інших, більш сильних, стала потужним поштовхом у розвитку математики, її основ і філософії. Здатність грецького генія до постановки таких суперечливих задач на багато тисячоріч визначила напрямок у розвитку людського знання як діалектично суперечливого наукового методу.

Неможливість побудови всеосяжної теорії в досягненні абсолютної істини, абсолютного, істинного знання знайшли широке відбиття й у філософських системах. Так, у піфагорійців це було представлене числовою характеристикою. Ідучи за піфагорійцями і Гераклітом Ефеським, Платон і його послідовники поставили у відповідність об'єктам світобудови "ейдоси" – недосяжні незмінні ідеї, а в проміжку між ними – математичні фігури. "Філософія Платона – це чудовий зразок не ранньої й не середньої, але вже зрілої класики, основним змістом якої й була діалектика ідеї й матерії як абстрактно-загальних категорій", – говорить О.Ф. Лосєв [5, с. 63].

Але Аристотель у науковому пізнанні визнає тільки те, що в кожному одиничному можливо знайти загальні принципи. Він надає значення усякій спільності, якщо вона діє, "рухається сама й надає руху матеріальним речам". Для нього "важлива не сама ідея, але її поточно-сутнісне становлення, її формуюча сила, її потенція, її енергія й породжуваний нею зорово-значеннєвий вигляд речі, який він називає ейдосом" [5, с. 69]. Таке прагнення осягти незбагненне за рахунок потенційно-енергійного та ейдетичного приводить його до породження ентелехії. Це – своєрідна незбагненна істина (нус), до якої спрямований людський розум. Але ентелехії Аристотеля, як і ейдоси Платона, до кінця незбагненні в пізнанні.

Подальший розвиток ці ідеї одержали у філософських системах І. Канта – як непізнавана "річ у собі", "абсолют" Г. Гегеля.

Прагнення до вирішення парадоксальних явищ і сьогодні приводить наукову думку до побудови цілих логіко-математичних конструктивних систем. Це ще раз переконує нас у тому, що парадокси древніх займають вузлові позиції в науковому пізнанні. І спроби їхнього вирішення приводять до подальшого розвитку наукового знання у різних напрямках. Геніальність давньогрецьких учених полягає в тому, що вони з найдавніших часів помітили ці нерозв'язні протиріччя, недостатність розв'язних засобів і поставили їх перед усім світом як проблеми класичного судження, можливість розв'язання яких приводить до різних модифікацій.

Підбиваючи підсумок наведеним судженням про теоретичну побудову наукового знання, слід зазначити, що жодна теорія не може бути всеосяжною, а всі проблеми, поставлені загальнолюдською практикою й мисленням, розв'язними. Будь-яка теоретична конструкція має обмежені можливості, але в науковому пізнанні вкоренився термін "криза" теорії, "тупик" теорії. На наш погляд, не "криза", не "тупик", а вичерпані можливості даної теорії приводять до парадоксальних суджень. Такі парадокси підштовхують свідомість

учених до розробки нових наукових підходів, до побудови нових наукових теорій, які дають можливість уникати кризових ситуацій і на основі нових теоретичних побудов вивчати виникаючі проблеми й протиріччя.

МАТЕМАТИЧНЕ МИСЛЕННЯ – ОСНОВА РАЦІОНАЛЬНОСТІ ФІЛОСОФІЇ

У процесі викладання філософії, математики, логіки, механіки та інших наук між ними встановлюється певний взаємозв'язок. У літературі традиційно вказують на домінуючу роль філософії в розвитку наукового знання. На наш погляд, це не зовсім правильний підхід для викладу наукового знання. Витоки раціоналістичного підходу беруть свій початок у математичних побудовах, у математизації натурфілософії і, згодом, у філософських узагальненнях.

Спробуємо й ми показати основні моменти впливу математики на розвиток філософії.

Сучасний стан філософської раціональності, якщо розглядати її як перехід від одного типу раціональності до іншого, не є унікальним з точки зору історії філософії. Переосмислення її ідеалу та розробка нового типу потребує історико-філософського аналізу. Особливий інтерес становлять ті періоди історії, за яких зміна типів раціональності відбувалась по декілька разів. Наприклад, період розвитку давньогрецької філософії від Фалеса до Аристотеля.

Питання про витоки раціональності певною мірою стосується витоків самої філософії, що вказує на мілетську школу, зокрема, на Фалеса Мілетського. Проте зародки раціоналістичного мислення мають більш давню історію, вони простежуються ще у вавілонській обчислювальній математиці та єгипетській геометрії, де зароджуються системи доказів. Елементи раціональності дістають свого подальшого розвитку в астрономії та писемності фінікійців на початку першого тисячоліття до н. е.

Саме поняття раціонального є уособленням логічно обґрунтованого, систематизованого та універсально доведеного знання. Згідно з Гайдеггером, в основі раціонально побудованого знання повинен бути порядок, закон та правила формоутворення і цілеспрямованості пізнання цього закону. Раціонально побудоване знання має бути прозорим, проникним, понятійним, таким, що передається іншим та сприймається іншими.'

Варто зазначити, що перший проблеск раціональності мав не стільки фізичний, скільки математичний характер, бо відштовхувався від числової математичної символіки. Усі тіла і рослини розглядалися в певній пропорційній залежності, вони повинні були бути порівнянні з об'єктом світобудови, зі світом, адже вони – частинки світу й мають йому відповідати. Геніальні думки, закладені невідомими авторами фінікійських, а згодом і грецьких міфів, були засвоєні та поставлені на нову раціоналістичну основу мислителями мілетської та піфагорійської шкіл. Відтак, вони почали "конструювати механічний світ, з земними й небесними тілами, з первинним океаном і плаваючою у ньому землею, з кількісними і просторовими співвідношеннями тіл, з перетворенням води у інші стани" [1, с. 35]. У Давній Греції VIII–VII ст. відбувся небачений доти колосальний стрибок щодо конструювання раціоналістичного наукового знання: "В історії людства настають моменти, коли нові форми дії або думки виникають настільки раптово, що створюють враження вибуху. Саме так сталося з виникненням науки – раціоналістичного наукового пізнання – в азіатській Греції, в Іонії, наприкінці VIII ст. до н.е., з Фалесом Мілетським та його школою" [2, с. 294].

Сплеск у побудові раціоналістичного наукового знання і філософії відбувся внаслідок впливу низки чинників. Засадничим чинником щодо цього став конститутивний новий спосіб життя грецького вільного громадянина. Становище вільнонародженого громадянина грецького полісу докорінно відрізнялося від людей, котрі жили в азіатських державах з суворими монархічними режимами. Розкутість, самоутвердження особистості грецького полісу сприяли розвитку демократичних принципів, логіки суджень, доказового мислення, філософського обґрунтування. Логічні принципи та математичний доказ підносяться до найвищого наукового знання. Ці наукові засади виявились основними в побудові раціоналістичного наукового знання і філософського обґрунтування. Арифметика і, особливо, геометрія виявились не лише стимулами і засобами розвитку природознавства, вони стали, як образно висловився Діоген Лаерцій, "двома держаками давньогрецької філософії". Уперше ідея доказу в математиці була висловлена Фалесом Мілетським. Його натурфілософія будується на математичній основі. Проте первісна свідомо раціоналізація, що народилася з міфології і дістала назву любомудрія (філософії), вийшла з піфагорійської школи. Ця назва виникла в результаті побудови піфагорійської числової філософії. З цього випливає, що філософія, свідомий науковий раціоналізм зародилися і розвинулися

на базі доказової математики. Уся піфагорійська система базувалася на числовій основі. Піфагор вважав, що основою осягнення всього сущого є число: "усі речі – суть числа", але "... математичні предмети не існують окремо, – відзначає Аристотель, – якби вони існували окремо, то їхні властивості не були б властиві тілам" [3, с. 358]. Математичні предмети є абстракціями об'єктивного світу, і, отже, характеризують об'єкти світобудови: "Піфагорійці, – продовжує далі Аристотель, – відтак, щодо цього не заслуговують на докір; проте, виробляючи з чисел природні тіла – із тих, що не мають ваги і легкості, ті, що мають вагу і легкість, то здається, що вони говорять про інше небо і про інші тіла, а не про ті, що сприймаються чуттєво" [3, с. 358]. Вони говорять про ту конструкцію неба, яку будували з чисел. Дослідивши властивості чисел та їх відношення, вони вважали, що зможуть дослідити й властивості об'єктів світобудови. Цей формальний принцип "усі речі – суть числа" сприяв інтенсивному дослідженню математики, встановленню різноманітних властивостей та залежностей між числами та їх відношеннями і поширенню цих властивостей на різні сфери людського знання (астрономію, акустику, музику, медицину, дієтологію); Піфагор за допомогою чисел прагнув встановити всезагальну гармонію у світобудові. Це широкомасштабне завдання привело піфагорійців вперше до всезагальної математизації наукового знання та побудови своєї філософії на числовій основі.

Числову науку і філософію піфагорійців розглядали як певну логічну конструкцію, за допомогою якої будувалась теорія пізнання. Проте великі ідеї призводять до великих потрясінь. Числова філософська система піфагорійців не була спроможна описати усі об'єкти світобудови за допомогою відомих на той час раціональних чисел і вичерпала свої можливості. Уславлена теорема Піфагора про залежність сторін прямокутного трикутника $c^2 = a^2 + b^2$ – квадрат гіпотенузи дорівнює сумі квадратів катетів – наочно це виявила. У математику потрібно було вводити поняття несумірних відрізків та величин; математику та все теоретичне природознавство переводити з дискретної арифметичної основи на геометричну континуальну основу.

Безсмертний науковий подвиг піфагорійців полягає в тому, що вони вперше вказали шлях до побудови раціональної науки і філософії, до осягнення сил природи, панування людини над ними. Характерною особливістю математики є її здатність до побудови нових конструкцій і те, що ці останні сприяють виходу її основ з кризових ситуацій. У цьому сенсі математика є провідною теоретичною системою для всього природознавства, натурфілософії і

всієї філософсько-методологічної думки. З цим піфагорійці уперше зіткнулися в процесі доказу теореми Піфагора в загальному вигляді, що призвело до розширення поняття числа за рахунок введення так званих ірраціональних чисел. Ірраціональні числа не є нерозумно побудованими. Вони збагатили саму математику і розширили межі пізнання у всіх напрямках. Однак для цього довелось змінити філософську систему піфагорійців, переробити всі попередні математичні теорії і створити математику неперервних величин. "Побудована Евдоксом теорія величин – один із найвеличніших витворів математики за всю її історію" [4, с. 194]. Евдокс Кнідський перший побудував загальну теорію пропорцій, увів у математику поняття величини; прямолінійні відрізки розглядав як неперервно змінні величини. Математика перейшла з дискретної арифметичної основи на неперервно геометричну, чим і була подолана криза основ математики.

Філософські системи давніх мислителів всі були математизованими. Так, досократики усвідомили перевагу понять над чуттєвими образами, умоглядних побудов над емпіричними. "Встановлення якісної відмінності між розумом та чуттєвістю, мисленням та відчуттям, між логічним і емпіричним стало найбільшим філософським відкриттям. І честь цього великого відкриття належить Парменіду з Елеї. Це було відкриттям розуму в історії європейської та світової філософії, в історії теоретичного мислення загалом. Відкриття розуму означало падіння міфології, відхід від неї та утвердження нового світогляду" [5, с. 237].

Своєрідний поворот у стилі мислення античності, у побудові раціоналістичного знання здійснив Сократ, який один із перших почав досліджувати індукцію, індуктивні способи мислення. На його думку, "знання є поняття про загальне. Загальне ж в окремих випадках пізнається шляхом порівняння цих випадків між собою, тобто від окремого треба йти до загального. Відомий сократівський метод "майєвтики" (букв. "повивального мистецтва ") включав у себе елементарні індуктивні прийоми" [6, с. 176]. Аристотель, аналізуючи його логічні висновки, відзначав: "Дві речі справедливо можна приписати Сократу – доказ через наведення* і загальні визначення: і те, й інше стосується начал знання" [3, с. 327-328].

Апорії елеатів гостро поставили проблему суперечливості чуттєвого та мисленнєвого буття. Стосовно дедуктивної математики

* мається на увазі логічна індукція – формулювання закону, ґрунтуючись на обмеженому обсязі спостережень (прим. ред.).

вона виявилася у визначенні об'єктивності абстрактних математичних предметів. Можна було б стати на позиції послідовного сенсуалізму і залишити математичним предметам лише те, що може бути перевірено відчуттями. Таку позицію приписують Протагору. Тоді необхідно було б визнати "неіснуючими" безкінечну кількість чисел, безкінечну ділимість, тоді було б неможливо провести дотичну до кола в одній точці тощо. Відтак, з математики усувалось не тільки те, до чого застосовні апорії Зенона, а й предметна область теоретичної математики. Цю проблему вирішив Демокрит, який "розробив концепцію математичного атомізму" [7, с. 51]. Демокрит, виходячи з математичного вирішення основного питання філософії, доводив об'єктивність як чуттєво сприйманого, так і раціонально будованого буття, не заперечуючи їх своєрідності. В науковому пізнанні Демокрит вимагав виходити з одиничного та його розкладу на найпростіші елементи (аналіз, редукція), а також вимагав пояснення його, виходячи з цих елементів (синтез, дедукція); йти від знання "згідно з думкою" до пізнання об'єктивної істини. Уперше в історії пізнання був сформульований аксіоматичний метод, що інтуїтивно використовується: "Вишукувати найпростіші елементи і, виходячи з них, йти від менш складного до більш складного, від засновків до наслідків – така ідея побудови математичних дисциплін, сформульована Демокритом" [8, с. 83].

Аксіоматична побудова математики була конкретизацією його атомістичного вчення в абстрактній формі. Ідеальні предмети геометрії: точка, лінія, площа, тіло – подаються у вигляді чуттєво сприйраних образів. Вихідною пізнаваною процедурою виступає розкладення досліджуваного предмета на більш прості "тіла", тіла – на "найтонші" площини, площини – на "лінії", лінії – на геометричні атоми – "точки", що мають надзвичайно малу, але не нульову величину, яка не зазнає подальшого поділу. Кількість неподільних у будь-якому кінцевому предметі – кінцева, хоча й надзвичайно велика і недоступна безпосередньому чуттєвому сприйняттю. Процес поділу завжди виявляється завершеним, його межею є атом. Така раціоналістична побудова усієї наукової концепції Демокрита на основі математичного атомізму та аксіоматичного методу обґрунтувала існування математичних предметів і побудову теоретичної математики. Математичний атомізм сприяв вирішенню парадоксів, сформульованих елейцями.

Вплив математичного атомізму не обмежується періодом античності: "Всюди, де під впливом імпортованих грецьких цінностей жевріє вогнище елінізованої науки, ми натрапляємо і на цей

математичний атомізм" [9, с. 9]. Його вплив простежується в арабській науці, середньовічній Європі, в творчості великих італійців епохи Відродження, мислителів епохи Просвітництва та Нового часу.

Але, незважаючи на те, що математичний атомізм і філософська система Демокрита сприяли досягненню багатьох видатних результатів, багато авторів, починаючи з Аристотеля і закінчуючи нашими сучасниками С. Я. Лур'є, В. Ф. Асмусом, О. І. Кедровським, вважають, що і ця система виявилася обмеженою. Так, наприклад, якщо відрізок прямої складено з неподільних атомів і кількість їх не є непарною, то його неможливо поділити навпіл. І таких прикладів можна навести чимало. Багато мислителів дійшли висновку, що такі суперечності призвели до кризи математичного атомізму та філософської системи Демокрита в цілому. Виникла необхідність в побудові нових математичних конструкцій, які б розв'язали методологічні суперечності.

Спробуймо докладніше проаналізувати математичний атомізм Демокрита.

Мислитель, ґрунтуючись на фізичному розумінні світобудови, розглядав об'єкти навколишнього світу такими, що складаються з атомів та пустоти. Відповідно, математичні конструкції відрізка прямої, площини, геометричних тіл тощо він конструював з атомів і пустоти. Завдяки пустоті, наявної в об'єктах світобудови, в тому числі і в геометричних об'єктах, атоми можуть вільно рухатися, кружляти, утворюючи різноманітні скупчення та завихрення. У разі поділу відрізка на частини, поділ має проходити не по атому, а по пустоті. Відтак, в одній частині відрізка може бути більше атомів, ніж в іншій, а не обов'язково однаково. Аналогічні міркування можна проводити і за умов поділу площини або геометричного тіла, а також при порівнянні несумірних відрізків. Зауважимо, що Демокрит (460–370/360 рр. до н.е.) ймовірно був знайомий з теоріями своїх сучасників – Евдокса Кнідського (408–355 рр. до н.е.) та Теетета Афінського (410–368 рр. до н.е.), які розробили теорію пропорцій (перший) та теорію ірраціональних величин (другий). Якщо врахувати наявність пустоти (у відрізку), де атоми вільно рухаються, то всі суперечності, зазначені його опонентами, знімаються. На нашу думку, суперечливі судження щодо атомістичної системи Демокрита можуть виникати внаслідок фрагментарності, а то й відсутності систематичного викладу теорії загалом.

Сучасна фізика наводить приклад, коли нейтрино пронизує земну кулю без перешкод на своєму шляху, не вступаючи у взаємодію з

іншими елементарними частками. Відтак, для нейтрини існує пустота в земній кулі, через яку воно проходить.

Великий математик і механік Архімед, застосовуючи метод Демокрита, розрізав відрізки і геометричні тіла, не боячись потрапити на "неподільний" атом, після чого складав суми для свого інфінітезимального числення.

Платон, створюючи своє вчення про ідеї (ейдоси), спирався, зокрема, на піфагорійське вчення про числа. Ця нова для античності, суто теоретична, умоглядна "числова мудрість" завдяки своїй аналітичній та конструктивній потенції істотно розширила межі пізнання і можливості людської практики. Без мистецтва лічби, як "найвишуканішої мудрості", не можуть, – стверджував Платон, – обійтись і політики. Мислитель за допомогою методу Демокрита синтезував сократівські висновки. Його система являє собою усі основні розділи філософського знання: антологію, гносеологію, логіку, етику, естетику. У кожному з цих розділів можна знайти принципи дедуктивних побудов. Аристотель, характеризуючи платонівську концепцію буття, відзначав: "Крім чуттєво сприйманого та ейдосів, існують як дещо проміжне, математичні предмети, відмінні від чуттєво сприйраних тим, що існує багато однакових таких предметів, тим часом як ейдос сам по собі тільки один" [3, с. 79]. У діалозі "Тімей" Платон постійно посиляється на математичні положення і розрахунки. Він стверджує, що Деміург – творець Всесвіту, все геометризує, світ створено з геометричних об'єктів у строгих геометричних пропорціях. Розробляючи гносеологічну концепцію, основою якої було "пізнання-пригадування", Платон використовує прийоми математичних досліджень, зокрема, прийом "виходячи з припущення". "Коли я говорю "виходячи з припущення", – пише Платон, – я маю на увазі те, що часто роблять геометри у своїх дослідженнях" [10, с. 73-74]. Аристотель, у процесі вивчення філософської і математичної спадщини великих попередників, відзначає великий вплив математики на розвиток думки: "Математика стала філософією для сучасних мудреців..." [3, с. 90]. У власній філософській системі Аристотель вводить такі характеристики, як кінечне і безкінечне, дискретне і неперервне, з урахуванням їх математичного тлумачення. Вплив математики найповніше проявився в його логіці та методології. Зокрема, його силогістика безпосередньо витікала з математики. Система філософії математики Аристотеля показала, як математика раціоналізує філософію пізнання. На основі аксіоматики та логіко-силогістичної системи дедукується послідовність довільних посилок. Процес логічного виведення

регламентується законами логіки (тотожності, суперечності, виключення третього, достатньої підстави), і принципами дедуктивних побудов аксіоматичних систем (повноти, незалежності, несуперечливості), які й досі вважаються основоположними.

Однак античний раціоналізм визначив лише сутність майбутньої європейської інтелектуальної революції. Новий час в історії науки – епоха відродження (а не зародження) філософського раціоналізму, передусім як найвищої культури та самодисципліни розуму. Філософські системи і картини світу Р. Декарта, І. Ньютона, математизація наукового знання лише відновили одну з традицій античної філософії, яка втілилася у тому, що прийнято називати "науковим духом".

У колі філософських питань, що їх розробляв Р. Декарт, першорядне значення має проблема про завдання і метод пізнання. Він, разом із Ф. Беконом, вбачав кінцеву мету в опануванні людиною сил природи. Р. Декарт шукає вірогідний метод пізнання, вихідний вірогідний тезис у пізнанні, за допомогою якого можливо було б побудувати вірогідне знання усієї науки. Це своєрідний піфагорійський підхід у побудові наукової картини світу в Новий час. Р. Декарт був засновником європейського раціоналізму, котрий склався в результаті спостереження та аналізу логічного характеру математичного знання.

Математичні істини він вважав абсолютно вірогідними, яким властиві необхідність та всезагальність. Зважаючи на це, Р. Декарт відвів виняткове місце в науковому пізнанні дедуктивному методу, дедуктивному доведенню.

Раціоналізм Р. Декарта безпосередньо впливає з математики. Його метод містить чотири вимоги: 1. Приймати як істинні лише ті засновки (посилки, передумови), що видаються зрозумілими та чіткими і не можуть викликати сумнівів у їх істинності; 2. Кожну складну проблему розчленовувати на складові, на окремі проблеми або завдання; 3. Методично переходити від відомого та доведеного до невідомого і недоведеного; 4. Не допускати пропусків у логічних ланках дослідження.

Інший визначний філософ Нового часу, Б. Спіноза, надавав великого значення раціоналістичним методам Р. Декарта, його механічним і математичним методам. Спіноза прагнув пізнати першопричину і походження всіх речей. Він "... був переконаний у тому, що весь світ являє собою математичну систему і може бути до кінця пізнаний геометрично" [11, с. 113].

І. Ньютон побудував свої "Математичні начала натуральної філософії" на структурі "Начал" Евкліда, прийнявши за аксіоми три його основних закони механіки. На відміну від дедуктивної побудови математики, він віддав перевагу індуктивному методу. У цій праці Ньютон сформулював закон всесвітнього тяжіння – основний закон небесної механіки. Завдяки цим дослідженням Ньютон "поєднав" земну та небесну механіку і узагальнив дослідження своїх попередників і сучасників.

Голландський математик і філософ Л. Брауер відзначає, що математика збігається з областю точного мислення, кожна наука містить математику тією мірою, якою вона висуває точні твердження: "Жодна наука, а також філософія і логіка, не можуть служити передпосилкою математики. Застосування в математиці як засобів доведення будь-яких філософських чи логічних підстав було б завороженим колом, бо вже при їх формулюванні ці підстави передбачають математичне утворення понять" [12, с. 20].

Оцінюючи значення математики в розвитку людської культури, Ф. Ніцше відзначав: "Ми хочемо внести витонченість і строгість математики в усі науки, наскільки це загалом можливо..." [13, с. 619]. Відкриття М. І. Лобачевським, К. Гаусом, Я. Бойаном, а згодом і Б. Ріманом, Ф. Клейном та іншими неевклідової геометрії на аксіоматичній основі докорінно змінило уявлення про світобудову. У геометрію простору вводяться поняття позитивної та негативної кривизни, які стали основою в побудові теорії відносності і нової наукової картини світу. Виявилось, що кожна точка світового простору описується своєю геометричною системою залежно від фізичного впливу на неї.

Неевклідова геометрія, нові геометричні побудови стали провісником нового погляду на світобудову, побудову нової філософської системи і формування нового наукового світогляду.

Сучасні обчислювальні засоби, алгоритмізація та програмування відкрили нові можливості в дослідженні природи і розв'язанні різноманітних господарських завдань. Це дає можливість усьому науковому пізнанню піднятися на якісно нову сходинку. Програмування і ЕОМ мають потужні інтегративні властивості. Вони сприяють проникненню у різні галузі людського знання, "стерли" межі між гуманітарними та природничими дисциплінами, усі науки можуть бути математизовані.

Розглядаючи програмування як принципово новий метод у науковому пізнанні, В. М. Глушков відзначає, що цей математичний експеримент "посідає проміжне місце між класичним дедуктивним

методом та класичним експериментальним методом дослідження" [14, с. 32-33]. Це дає можливість говорити про новий напрямок у розвитку математики, який ґрунтується на математичному формалізмі та на здоровому глузді, що наближує математику до експериментальних наук: "У ХХ ст. математика перетворилася на своєрідну індустрію концептуальних систем будь-якого ступеня загальності, репрезентативної сили, інформаційної місткості, прогностичної потужності, пояснювального потенціалу" [15, с. 160]. Підсумовуючи, відзначимо, що давньогрецький раціоналізм сприяв переходу від міфу до логосу, від міфології до філософії, від догматизму до гіпотетико-дедуктивної побудови наукового знання, до доказової науки. Кризи розсудкової раціональності математики стимулювали розвиток розумової раціональності філософії.

Але що буде далі? Чи достатньо наукових форм і засобів для пізнання природи? Чи достатньо строгі філософські системи і чи витримують вони строгості сучасної математики? Ян Лукасевич щодо цього говорить: "Коли з мірою строгості, створеної за допомогою математиків, ми доходимо до великих філософських систем Платона або Аристотеля, Декарта або Спінози, Канта або Гегеля, то ці системи розпадаються на наших очах наче картярські хатки. Їх основні поняття туманні, найголовніші твердження незрозумілі, міркування та поняття не строгі; логічні ж теорії, які лежать в глибині цих систем, майже всі хибні. Філософію необхідно перебудувати, починаючи з основ, вдихнути в неї науковий метод та підсилити новою логікою" [16, с. 61].

Це глобальне завдання має вирішуватися цілими поколіннями наукових колективів. Такий висновок Яна Лукасевича націлює молоді уми на розв'язання завдань подальшої розбудови і розвитку нових раціоналістичних методів наукового пізнання із застосуванням сучасних математичних засобів.

ПІФАГОРІЙСЬКА ГАРМОНІЯ В АСТРОНОМІЇ

Давньогрецька астрономія виникла зі спостережень і емпіричних фактів халдеїв, що створили передумови для побудови умоглядної науки. Перші астрономічні побудови виконали мілетські мислителі Фалес (625–547 рр. до н.е.), Анаксимандр (610–540 рр. до н.е.), Анаксимен (помер між 528 і 524 рр. до н.е.). Але мілетська астрономія, на відміну від східної, будувалася умоглядно на математичній основі. Фалес запозичав "... закон періодичного

повернення затемнень, завдяки якому йому вдалося, на велике здивування своїх співвітчизників, завбачити повне сонячне затемнення 28 травня 585 року" [1, с. 43]. Набуті у Вавілонії знання дали йому можливість передбачити затемнення Місяця і Сонця, вказати на сузір'я Малої Ведмедиці й Полярної зірки як на такі, що визначають Північний полюс. Це мало велике значення для навігаційної системи мореплавства.

Анаксимандр цілком присвятив свою наукову діяльність науці про природу. "Він перший зробив спробу науковим шляхом наблизитися до розв'язання неосяжного питання про походження всесвіту, землі та її мешканців" [1, с. 44]. У своєму творі "Про природу" мислитель "... першим дав еллінам карту землі й небесного купола", – зазначає Теодор Гомперць [1, с. 45]. Він прагнув відтворити на карті ту частину землі ("ойкумену"), яку спостерігав разом з небесним куполом видимої частини неба. "Особливістю земної карти Анаксимандра є уявлення про морський басейн, оточений сушею, яка, у свою чергу, була оточена зовнішнім водяним кільцем" [1, с. 45].

Картографія зародилася в Єгипті, де складали карти окремих областей і регіонів. Оскільки стародавні єгиптяни заселяли, здебільшого, родючу Нільську долину, за межами якої їх не особливо цікавила ойкумена, вони не мали колоній за межами Єгипту і не пускалися в далекі мореплавання.

У геодезичних і астрономічних спостереженнях і дослідженнях Анаксимандр користувався винайденим у Вавилоні гномоном ("покажчик" – штифтик). (Цей прилад "служує точному визначенню полудня в будь-якій місцевості, а також розташуванню чотирьох координатних точок і обох сонцестоянь" [1, с. 45].)

Хоча Анаксимандр не здійснював математичні дослідження, він володів тим математичним апаратом, що був відомий у Мілетській школі. Йому належить авторство систематичного підручника з геометрії. Як астроном, Анаксимандр "майже цілком порвав з дитячими поглядами стародавності" [1, с. 45-46]. У нього ще не було уявлення про кулеподібність Землі, яку він малював "у вигляді відрізка колони або циліндра, котрий лише в тому разі мав би стійку рівновагу, якби діаметр його основи був значно більший за його висоту" (це співвідношення, на його думку, дорівнювало 3:1. – К. У.). "Земне тіло перебуває в стійкій рівновазі внаслідок рівності відстані його від усіх точок небесної кулі" [1, с. 45-46]. Цей висновок Анаксимандра був предтечею закону Ньютона: "Тіло, що перебуває в спокої, не здатне рухатися, доки не здобуде впливу від зовнішньої

причини, тому що рух його мав би неминуче відбуватися уверх або униз, уперед або назад тощо" [1, с. 46].

Згідно з побудованою Анаксимандром науковою картиною світу, "... яким би не був початок речей, у всякому разі охоплені коловоротом стихії розташовувалися б залежно від своєї ваги й маси" [1, с. 48]. Усередині цього коловороту утворилася Земля: "Вода оточила собою всю її поверхню, – воду оперезав повітряний шар, котрий, у свою чергу, – "як кора обіймає дерево" – обійняла собою вогняна сфера" [1, с. 48]. Як бачимо, Земля в цьому космічному утворенні посідає центральне місце, а навколо неї існує повітряна оболонка, при цьому вода не становить рівномірного покриву, тому й "вогонь видно нам нині лише на окремих, щоправда, численних точках неба" [1, с. 48]. Цими яскравими вогняними точками, за Анаксимандром, є зірки, Місяць, Сонце: "Цілком імовірно...: сонце, місяць і зірки обертаються навколо Землі" [1, с. 49].

Як бачимо, астрономічні побудови Анаксимандра мають, хоча й помилковий, але природничонауковий характер, оскільки засновані на математичних розрахунках і відношеннях. Аристотель, аналізуючи ці твердження Анаксимандра, назвав їх дотепними, але нереальними. Та систему світу Анаксимандра можна вважати попередницею наукової гіпотези І. Канта про виникнення Сонячної системи з протопланетної хмари, з однією, щоправда, відмінністю – згідно з останнім, у центрі перебуває не Земля, а Сонце. Відповідно до свідчень Аристотеля і Теофраста, Анаксимандр першим сформулював закон збереження матерії: "Речі знищуються до тих самих елементів, з яких вони виникли, відповідно до призначення: вони виплачують (елементам) законну компенсацію збитку у встановлений термін часу" ("речі" ставляться до "елементів", як "боржники" до "кредиторів", яким вони "повертають борг" по закінченню боргового терміну). Усе народжується з невизначеної першоматерії-апейрону, і породжене, гинучи, знов у нього перетворюється. Цей процес взаємного перетворення і знищення, за Анаксимандром, нескінченний [1, с. 49].

Третій представник мілетської школи – Анаксімен – "... усі причини речей убачав у нескінченному повітрі, але й богів не заперечував, не заперечував і не замовчував; тільки він думав, що не ними створено повітря, але самі вони виникли з повітря" [2, с. 131]. Згідно з оповіданням Цицерона, "... Анаксімен [гадав, що джерелом походження всіх речей є] неосяжне [~ невизначене] повітря, тоді як речі, що з нього виникають, кінцеві [~ визначені – конкретні],

народжуються ж [з нього спочатку] земля, вода й вогонь, а потім із цих [елементів] усе [інше]" [2, с. 131].

Щодо Всесвіту, космосу, Анаксімен вважає, що він є "завжди, але не завжди той самий, а через певні періоди часу... стає то таким, то іншим, як вважали Анаксімен, Геракліт, Діоген і згодом стоїки" (коментар Симплікія до "Фізики") [2, с. 131].

За космогонією Анаксімена, "усі речі народжуються шляхом певного згущення і, навпаки, перетворюються на вогонь від розрідження повітря". Щодо руху, то він існує з віддавна. У процесі "ліплення" [з] повітря першою виникла Земля, дуже плоска, а тому цілком природно, що вона плаває по повітрю. Сонце, Місяць та інші зірки беруть початок від Землі. Сонце – це та сама Земля, але від стрімкого руху вона ще й занадто нагрівається" [2, с. 130].

У цьому висловлюванні Анаксімена багато неправильних висновків, але всі вони ґрунтуються на природно-наукових положеннях. Заслужовує на особливу увагу твердження про вічний рух повітря. Багато мислителів, зокрема Платон, Аристотель, шукали першопричину першого поштовху, що призвів всю світову систему до руху, але ніхто не говорив (окрім Геракліта), що потрібен не поштовх, матерія і без нього перебуває в постійному русі, який є її основною властивістю. Адже світовий космос, як гігантська енергетична система, перебуває в безупинному русі і завдяки енергетичному потенціалу зазнає безупинних змін і взаємоперетворень. Саме цю основну думку і сприйняв Анаксімен та використав її у своєму космогонічному вченні.

Ідею космосу, що вічно змінюється і взаємоперетворюється, сприйняв і далі розвинув Геракліт Ефеський (бл. 554–483 рр. до н. е.). "Не богом і не людиною, – твердив він, – створено цей порядок речей – він був споконвіку, він є й буде вічно живим вогнем, який з часом то спалахує яскравіше, сильніше, то згасає" [2, с. 58]. Розглядаючи вогнедишний космос як природний життєвий процес, Геракліт вважав, що "з вогню виникли всі інші речовини, у вогонь же зануряться вони в певний день, щоб процес диференціації міг заново розпочатися і знову спричинитися до того самого кінця" [2, с. 59].

Такі геніальні думки Геракліта про світові цикли збігаються з ідеями сучасних теорій. Вони стосуються циклічності розвитку галактичних утворень, Всесвіту, що розширюється, колапсуючих зірок та інших процесів, що постійно відбуваються в космічному просторі, власне гіпотези сингулярності Метагалактики.

Розвиваючи положення про загальну плинність і мінливість у навколишньому світі, Геракліт робить висновок про загальну

закономірність всесвітніх процесів. Гераклітівський Логос-закон є незбагненим для людського розуму. "Хоча він і є одвічно незмінним, однак людям він невідомий ні до того, як вони його отримали, ні тоді, коли вони його почують уперше" [1, с. 67]. Геракліт був виразником ідей грецького духу, що прагнув пізнати закони світобудови, вивести різноманіття об'єктів Всесвіту з єдиної першооснови, з єдиної речовини – вогню. Це вселяло віру в однорідність Всесвіту і єдність її будови.

Такою була природничонаукова основа, створена попередниками піфагорійців – мислителями мілетської школи, а також молодшим сучасником і першим опонентом Піфагора Гераклітом Ефеським. Далі треба було розробити точний дослідницький апарат і застосовувати його для "осягнення сил природи та остаточного панування над ними" [2, с. 90].

В основу вивчення світового простору Піфагор поклав число, числову характеристику, встановивши, що простір вимірюється числом. Це стало серцевиною усього його вчення. Усі закономірності природи, на його думку, можна описувати за допомогою числа і його відношень. Числова абстракція відтіснила на задній план матеріальний світ мислителів мілетської школи. "У дослідженнях цієї (піфагорійської. – К.У.) школи якість речовини відігравала незрівнянно меншу роль, ніж його просторові форми" [2, с. 92]. Піфагорійці приписували числовим абстракціям більшу самостійність, ніж реальним предметам, вважаючи їх сутністю речей. "Піфагорійці ж, – пише Аристотель, – бачачи в почуттєво сприйманих тілах багато властивостей, що мають числа, оголосили речі числами, але такими, що не існують окремо, а такими, з яких складаються речі" [3, с. 357-358]. "... Властивості чисел присутні в гармонії звуків, у будові неба і багато в чому іншому" [3, с. 357-358]. Але піфагорійці вважають числа не елементами, з яких конструюють саму світобудову, а елементами, з яких конструюють модель світобудови. "Відтак щодо цього піфагорійці не заслуговують на докір; однак тому, що вони з чисел роблять природні тіла, з того, що не має ваги і легкості, – те, що має вагу і легкість, то здається, що вони говорять про інше небо і про інші тіла, а не про ті, які ми сприймаємо почуттями" [3, с. 357-358]. І, справді, цю саму думку висловлює й Стобей: "І багато еллінів, як мені відомо, вважають, начебто Піфагор казав, що все народжується з числа. Але це вчення викликає здивування: яким чином те, що навіть не існує, мислиться таким, що породжує? Тим часом він говорив, що все виникає не з числа, а відповідно до числа, тому що в числі – перший порядок, в належності

до якого та в обчислюваних речах встановлюється щось перше, друге тощо" [2, с. 149-150].

Піфагорійська астрономія пов'язана з ім'ям Філолая (друга половина V ст. до н.е.). Його система відмінна від астрономії мілетців і відіграла революційну роль: з'ясувалося, що Земля – пересічна планета, котра, як і інші планети, обертається навколо Світового Вогню.

Ідея розмістити в центрі світобудови не Землю, а вогонь, безперечно, була свого часу визначною. Вогонь, що його Філолай вважав досконалішим за Землю, постав першопричиною всього сущого.

Стобей порушує питання: "Де перебуває керівне начало космосу?" – і відповідає словами Філолая: "А керівне начало – у вогні, розташованому в самому центрі. Бог – Деміург (Творець світобудови) насамперед поклав його в основу Всесвіту, немов киль під час закладання корабля" [2, с. 439].

Світовий Вогонь має й інші міфологізовані найменування (крім "Гестія"): "будинок Зевса", "Мати богів", "вівтар", "зв'язок і міра природи".

У всесвітній сфері вирізняються три частини, що мають міфологічні назви: Небо (Уранос), Космос і Олімп. Уранос – підмісячна і навколоземна частина, у якій міститься світ мінливого народження. Простір під сферою Олімпу, в якому розташовані зірки, п'ять планет разом із Сонцем і Місяцем Філолай називає "Космосом". Верхню частину того, що Обіймає (в ній – незмішувана чистота елементів), він називає "Олімпом" [2, с. 437].

За коментарями Симплікія до Аристотеля, Філолаївська світова система мала таку побудову: "У центрі, за їх [піфагорійців] словами, перебуває Вогонь, навколо центру, вважають вони, обертається Антиземля, що також являє собою Землю, а Антиземлею називається тому, що знаходиться з протилежного від Землі боку; за Антиземлею обертається, теж навколо центру, наша Земля, а за Землею – Місяць... Земля, будучи однією з планет і обертаючись навколо центру, залежно від свого положення щодо Сонця, витворює день і ніч. Антиземля рухається навколо центру, впливаючи за нашою Землею, і не видна нам тому, що тіло Землі нам її постійно загороджує" [2, с. 438]. Продовжуючи далі свою систему, Філолай розташовує планети в такому порядку: Місяць, Сонце, Венера, Меркурій, Юпітер, Сатурн, далі – сфера нерухомих зірок. Завершує цю побудову божественний Олімп. Аристотель вважає основною причиною запровадження піфагорійцями Антиземлі необхідність доповнити

кількість планет до десяти, до священної "десятириці". Коментуючи далі, Симплікій зауважує: "Вважаючи декаду досконалим числом, вони бажали число коловоротних тіл привести до десяти. Приймаючи одну сферу нерухомих зірок, сім планет і Землю, вони доповнили [їх число] до десяти Антиземлею" [2, с. 438]. Т.Гомперць, аналізуючи філолаївську модель будови світу, зазначає: "... це вчення сплетене з істини й вигадки" [1, с. 98]. Справді вигадана піфагорійцями Антиземля була вигадкою, але вона допомагала усунути суперечність побудованої моделі. Це дивне породження грецького розуму є виявом здатності абстрагуватися від конкретних спостережень, усвідомленням такого важливого елементу абстрактного мислення, як несуперечність моделі. Неможливо погодитися з огульною критикою окремих елементів філолаївської моделі. Важко визнати правильною критику Аристотеля: нібито у цю систему Антиземлю "притягнуто за вуха", щоб у ній було рівно десять об'єктів. Гадаємо, що число десять було далеко не основним аргументом у побудові філолаївської системи. Визнаючи безсумнівним виняткову спостережливість давньогрецьких учених, основну причину введення Антиземлі треба шукати в суперечливості спостережень небесних явищ і зіставлення їх з філолаївською моделлю. У чому ж сутність суперечностей цієї системи? Багато авторів схильні вважати, що саме місячні затемнення були причиною введення у філолаївську систему Антиземлі, що і врятувала її від суперечностей. Аналогічним є приклад введення в сучасну науку планети Нептун на підставі непрямих її виявів, пов'язаних з нерівномірним рухом сусідніх планет. Але якщо планету Нептун було відкрито завдяки спостереженням, то Антиземлю не було виявлено, коли стародавні мандрівники проникли за Геркулесові стовпи (Гібралтар), а Олександр Македонський здійснив похід до Індії. Але вона відіграла свою роль у заміні філолаївської системи на систему Аристарха Самоського.

Світовий вогонь, що посідає центральне місце в цій світовій системі, замінив геоцентричну систему Анаксимандра на негеоцентричну, філолаївську. Така заміна уможливила розгляд Землі як рядової планети, котра так само, як і інші, обертається навколо Світового вогню.

До побудови геліоцентричної системи лишався один крок — замінити Світовий вогонь на Сонце і вилучити Антиземлю.

Поєднання добового і річного руху Сонця дає деяку спіралеподібну криву поверхню, що розширюється, нагадуючи панцир равлика. Віра в гармонію "простору і лад" змусила стародавніх греків замислитися над поділом цього складного руху на

прості складові. Мету було досягнуто, коли добовий (наочний) рух Сонця, пов'язаний з обертанням Землі навколо своєї осі, було відокремлено від його річного руху. "Тоді блиснув уже в цих ранніх дослідників геніальний здогад про те, що добовий рух сонця, так само, як місяця і зоряного неба загалом, є не реальним, а лише примарною видимістю" [1, с. 99]. Припущення про те, що поверхня Землі рухається з Заходу на Схід, робило зайвим припущення зворотного добового руху інших небесних тел. Це ще не був суто обертальний рух навколо земної осі, але вже один з молодших піфагорійців Ексфант навчав, що Земля обертається навколо своєї осі за 24 години. "Відкриттям удаваних небесних рухів було пробито греблю, що захарашує шлях подальшому прогресу" [1, с. 100], тому що уже вдруге (перший випадок пов'язаний з визнанням сферичності Землі й інших планет) Земля втратила свою винятковість, пов'язану з її нерухомістю, і так само, як і інші планети, оберталася навколо деякого центру, поки помилкового, Світового вогню. Але ця гіпотеза Світового вогню була, швидше, стимулом, ніж перешкодою науковому прогресу. "Недаремно з неї менш, ніж через півтора століття, виникла геліоцентрична теорія" [1, с. 100]. Яким чином дійшли до такого геліоцентризму? Спостереження показали, що відбувається незвичайне явище: дуже змінюється світіння Меркурія й Венери залежно від пір року. Цей феномен пояснювали розташуванням цих планет навколо Сонця. Було зроблено дуже важливий висновок, що вони обертаються по своїх орбітах не навколо Землі, а навколо Сонця. А оскільки кожна з них має свою орбіту і розміщені вони на різних відстанях від Сонця, то можуть бути й різні протистояння від Землі (ближнє й далеке). Від протистояння залежить і яскравість світіння. Це твердження відкидало гіпотезу про обертання планет навколо Землі по концентричних колах. Аналогічних висновків дійшов і Геракліт Понтійський (IV ст. до н.е.).

"Відійшовши від ідеї центрального положення і нерухомості Землі, наука вступила на шлях, що міг призвести і (що недостатньо відомо) неймовірно швидко призвів до коперниківського вчення" [1, с. 100]. Справді, цей здогад про рух Землі навколо певного центру мав революційне значення. Але до геліоцентричної картини світу Коперника було дуже далеко. Треба було ще розібратися у філолаївській моделі.

За допомогою математичних розрахунків і обчислень піфагорієць Евдокс Кнідський (408–355 рр. до н.е.) встановив, що Сонце за своїми розмірами значно перевищує розміри Землі. Ці висновки дали змогу Аристарху Самоському (310–230 рр. до н.е.) уперше побудувати

геліоцентричну систему, у центрі якої, замість Світового вогню, розміщувалося Сонце, а Земля, як і інші планети, обертається навколо нього. Стало розуміло, що уявлення про Світовий вогонь і Антиземлю не потрібні. Уперше наукова картина світу була побудована на чіткій геометричній основі: кожна планета мала свою орбіту, певне місце на небосхилі й своє призначення. І "... як би часто вона не висвітлювалася, усе-таки, розглянута при ясному світлі, пролитим на неї неупередженим дослідником нашого часу, є в наших очах одним із найсвоєрідніших і найгеніальніших творінь еллінського духу" [1, с. 98].

Було встановлено, що Земля робить за 24 години повний оберт навколо Світового Вогню таким чином, що західна її півкуля звернена під час руху до Центрального Вогню, а східна, на якій жили люди, висвітлювалася й обігрівалася Сонцем, що мало здатність збирати промені від Центрального Вогню і передавати їх далі, на всі небесні тіла. Місяць же не має свого тепла й світла, а лише відбиває сонячні промені.

Другим джерелом світла вважали вже згаданий нами Олімп, від якого запозичувала усе своє світло система нерухомих зірок. Оскільки було виміряно нахил осі добового обертання Землі щодо площини кола річного руху, то запропонована модель могла точно пояснити зміну пір року.

На відміну від мілетської астрономії, Піфагор висловив припущення про кулеподібність Землі й інших планет, ототожнив Ранкову і Вечірню зірки з однією – планетою Венера, поділив Землю на зони: арктичну, тропічну, антарктичну. Арктична зона має північну частину, розташовану проти Великої Ведмедиці з Полярною зіркою, і зветься Арктосом, що позначає Північний полюс із зірками, котрі не заходять. Навколо нього обертаються небосхил і всі видимі на ньому зірки. Протилежну, південну частину Землі Піфагор назвав Антарктос – це антарктична частина Землі, тобто протилежна щодо арктичної. Такий симетричний поділ Землі на півкулі також має геометричний характер.

Піфагорійці прагнули пов'язати рух планет з теорією гармонії звуків. На їхню думку, так само, як і під час свого руху тіла видають звуки, планети теж мають звучати. У своїй праці "Про небо" Аристотель піддав глибокому аналізу ці ідеї. "На думку деяких, – говорить він, – такі величезні тіла неодмінно мають рухатися з шумом: якщо вже його видають земні тіла, [міркують вони], ні за обсягом, ні за швидкістю руху не зрівнянні [з небесними], то що говорити про Сонце, Місяць та до того ж про кількість таких великих

зірок, що долають такий шлях з такою швидкістю, – не може бути, щоб вони не робили шуму зовсім нечуваної сили!" [4, с. 322-323].

Піфагорійці вважали, що сила звуку під час руху планети по орбіті має бути пропорційною її відстані від Землі, при цьому "... швидкості [зірок], обмірювані за відстанями, співвідносяться між собою так само, як тони консонуючих інтервалів" (Symphonion). Вони твердили, що "звучання, яке видають зірки під час руху по колу, утворюють гармонію" [4, с. 322-323]. Рухові величезних космічних тіл були властиві надзвичайно руйнівні сили звучання. Та люди й тварини не відчують його. Піфагорійці пов'язують це з тим, що людина, нібито від народження випробовуючи силу цього звучання, звикла, адаптувалася до нього. Ну а як же бути з руйнівною силою, адже до неї не можна звикнути? Аристотель намагається пояснити це тим, що зірки закріплені на небосхилі, тому не мають звучання. "Тіла, що рухаються самі, – говорить він, – видають шум і тертя (рієде), а ті, котрі прикріплені до тіла, що рухається, як до корабля, чи містяться в ньому, як частини, не можуть шуміти, так само як і сам корабель, якщо він рухається за течією ріки" [4, с. 322-323]. "Якби тіла зірок рухалися (як це стверджують усі) у розлитій по Всесвіту масі чи по розрідженому вогню, вони повинні були б видавати шум дивовижної сили, а цей останній – доходити сюди і викликати руйнування" [4, с. 324]. Завершуючи аналіз піфагорійської астрономічної системи, філософ доходить висновку, що всі планети й зірки кулясті й не видають звуків під час руху, тому що вони закріплені на небесних сферах і не мають самотійного руху.

Гадаємо, твердження піфагорійців і Аристотеля були помилковими тому, що рівень розвитку наукового знання не давав змоги зробити правильні висновки. Вчені погоджували свою світобудову з тими закономірностями, що були їм відомі. Прагнучи математизувати їх, вони доводили, що найбільшу швидкість обертання має небесна сфера, за 24 години вона робить один оберт навколо Землі. Найповільнішим, на їхню думку, є рух Місяця. Коло обертання Сонця, Місяця і планет навколо Землі, вважали вони, нахилений до небесного екватора, що є продовженням Земного. У такій побудові світу, рухливих і нерухомих зірок, небесної сфери піфагорійці вбачали математичну гармонію, справжній космос, у якому все підлягає загальній гармонії, яку ніщо не може порушити.

Піфагорійська астрономія мала багато недоліків. Але, не вдаючись до їх докладного аналізу, зазначимо, що вона була побудована на строгій математичній основі з використанням даних природознавства того часу. Що ж до основного питання – про

загальну гармонію в будові космосу, то піфагорійська думка дістала підтвердження уславленим законом Тихо Браге: квадрати періодів обертання будь-яких двох планет пропорційні кубам із середніх відстаней до Сонця.

Йоганн Кеплер, аналізуючи спостереження Тихо Браге, відкрив три закони руху планет, виклавши їх у працях "Нова астрономія" (1609 р.) і "Гармонія світу" (1619 р.). Ці закони, що лягли в основу теоретичної астрономії, механіки Ісаака Ньютона зокрема дали йому змогу відкрити закон всесвітнього тяжіння, визначити "ту загальну силу, що є першопричиною таких різноманітних явищ, як падіння тіл, рух Місяця навколо Землі і планет навколо Сонця, рух комет, припливи і відливи тощо" [5, с. 372]. Завдяки застосуванню строгих математичних методів, І. Ньютон створив єдину систему земної і небесної механіки. Гадаємо, що піфагорійська "гармонія числа й неба" відіграла визначну позитивну роль у побудові наукової картини світу Ісааком Ньютоном. Згодом неевклідова геометрія стала геометричною основою побудови нової фізичної теорії відносності та нової наукової картини світу.

ГАРМОНІЯ ПІФАГОРІЙСЬКОЇ ОСОБИСТОСТІ

Наприкінці II – на початку I тисячоліття після падіння монархічних режимів крито-мікенських держав і вторгнення дорійців з півночі Балканського півострова починає складатися особливий общинний спосіб життя, виникають елементи нового державного устрою і класоутворення, засновані на дорійських демократичних принципах, формується землеробська знать. Але вона зустрічає завзятий опір з боку вільних общинників. Так у Греції стали складатися умови для розвитку індивідуального селянського господарства і ремісничого виробництва. Виникає клас вільних селян і ремісників, що прагнуть незалежного способу життя. У VIII–VII ст. до н.е. грецькому демосу вдалося досягти політичної рівності. У цей час формується полісна система, у полісах проводиться самостійна політика, розвиваються демократичні форми правління.

Життя полісів і їх вільних громадян носило змагальний, агональний характер. Змагання велося в усьому: у створенні матеріальних цінностей, ораторському мистецтві, судових процесах, у логіці мислення, у наукових досягненнях, спортивних змаганнях. Полісний спосіб життя і демократична форма правління наклали свій відбиток на виховання особистості, що самоутверджується і має

самостійне логічне та раціоналістичне мислення, розвинене динамічною натурою.

Велике значення у формуванні особистості в грецьких полісах і розвитку науки й культури мала відсутність жрецтва східного типу, незалежність наукових центрів-шкіл від релігії. У невеликих громадах, полісах язичницька релігія суттєво не вплинула на формування і розвиток особистості, як це відчували народи Сходу при суворих монархічних режимах і релігійному фанатизмі.

Спосіб життя в грецькому полісі виховав вільного громадянина до такого раціоналістичного мислення, при якому ставилося одне завдання – пізнання істини. Ніщо в цей період не приймалося на віру, кожен науковий факт чи факт дійсності піддавався доказу чи обґрунтуванню. Громадянин полісу не міг приймати на віру догматичні твердження чи емпірично отриманий факт. Він мав їх логічно обґрунтувати і дедуктивно довести. На наш погляд, грецький феномен "грецьке чудо" народився з вихованням вільної людини, що в основу всього пізнання поставив людський розум, а сам вільний громадянин полісу, розкріпачений в усьому, міг розраховувати тільки на свій розум і фізичні можливості.

Така унікальна спільність – грецький етнос – народилась у басейні Середземномор'я як конгломерат багатьох етнічних плинів.

Грецький етнос – продукт історичних процесів, у які вклали свої кращі інтелектуальні й духовні цінності всі народи басейну Середземномор'я, передньої Азії, Вавилону, Єгипту. У грецькому етносі можна знайти фінікійські культурні цінності (писемність), ахейський монархізм Сходу, дорійські демократичні принципи родоплемінного способу життя – військову демократію, єгипетську і вавилонську емпірію. Такі вільно мислячі громадяни могли створювати передову науку, культуру. Вони були здатні створювати умови для розвитку фізичних і духовних цінностей, для гармонійного розвитку особистості. Особливо яскраво процес виховання і гармонійного розвитку особистості проявився в піфагорійській громаді при побудові піфагорійського способу життя.

Піфагореїзм як самостійний науковий напрям оформився в VI ст. до н.е. у зв'язку з приїздом Піфагора (580–500 рр. до н.е.) у Кротон (Велика Греція) після багаторічних мандрівок країнами Сходу (Єгипет, Вавилон) і створення ним філолофсько-релігійного братства та наукової школи.

Життя і діяльність Піфагора описані в окремих фрагментах його учнів, послідовників та істориків, що дійшли до нас.

У піфагореїзмі як течії розрізняють дві сторони: практичну ("піфагорійський спосіб життя") і теоретичну (побудова вчень, що характеризують гармонійну картину світу).

При вирішенні цих завдань Піфагор прагнув установити той гармонійний зв'язок, ті закономірні явища, що існують у природі, суспільстві, людському організмі, і показати їх у своїх теоретичних побудовах. Як свідчать перекази древніх авторів, математика була основною темою в науковому пізнанні Піфагора. Прагнучи визначити закономірності і порядок, що існує у світобудові, відкрити його закони (з хаосу створити упорядкований космос), встановити закономірності суспільного розвитку, виростити і виховати гармонічно розвинену особистість, необхідно було виробити певний науковий апарат, за допомогою якого можна було б вирішити це грандіозне завдання.

На думку Піфагора, для встановлення загальної гармонії найбільше з наукового знання підходила математика як абстрактна й універсально застосовна його частина. З математичного пізнання на перше місце Піфагор поставив арифметику, тому що числова характеристика – це основа всього математичного і наукового пізнання. Ця ідея привела Піфагора до інтенсивного вивчення математики і її основи – арифметики, натурального ряду чисел; відокремити арифметику від геометрії, вивчати їх як самостійні дисципліни, що мають свій предмет, метод, об'єкт дослідження. Вивчаючи ці математичні дисципліни, Піфагор прагнув установити взаємозв'язок між числами і геометричними об'єктами і з їх допомогою налагодити гармонійні залежності між об'єктами світобудови.

За виконання такого завдання могла взятися геніально обдарована і високоосвічена людина.

Що стосується його освіченості, вченості, за свідченнями Порфирія в писанні "Життя Піфагора", говорить: "...начала так званих математичних наук він засвоїв від єгиптян, халдеїв і фінікійців (так як геометрією з давніх часів займались єгиптяни, числами й обчисленнями – фінікійці, а астрономічними теоріями – халдеї), а всим, що стосується культу богів і іншим життєвим правилам, навчився у магів і у них запозичив" [2, с. 143].

Піфагора як історичну особистість, мислителя, вченого яскраво характеризує Бертран Рассел: "Я не знаю іншу людину, яка була б настільки впливовою у галузі мислення, як Піфагор. З Піфагора починається вся концепція вічного світу, досяжного для інтелекту і недосяжного для почуттів... Піфагор... є в інтелектуальному вимірі

одним із найвидатніших серед людей, що будь-коли жили на землі" [1, с. 48].

Розглянемо деякі фрагменти, які характеризують походження й особистість Піфагора.

Піфагор, син Мнесарха, за одними свідченнями, – син різьбяр з каменю, за іншими – син великого купця. Ми схильні вірити останньому, тому що довго і далеко подорожувати і присвятити себе науці могла дозволити собі тільки заможна людина. Далі Піфагор, створивши філософсько-релігійну школу, дотримувався аристократичних принципів, навчав у своїй школі дітей аристократів, дітей вищого суспільства. Ці й інші факти говорять про його аристократичне походження. Порфірій у творі "Життя Піфагора" оповідає: "Досягнувши Італії, говорить Дікеарх, він (Піфагор – К.У.) прибул у Кротон. Прибуття людини, яка багато подорожувала, неординарної і щедро обдарованої долею природними талантами справило враження і користуючись цим він зумів прихилити до себе населення Кротона" [2, с. 142-143]. Піфагор полонив своїми промовами більше двох тисяч людей, що так додому і не повернулися, улаштували разом із дружинами і дітьми дуже велику школу, у якій були запропоновані Піфагором закони і заповіді подібно божественним. Ці закони ніхто не смів переступати. Майно всі члени громади зробили общинним.

У піфагорійській школі існував суворий режим роботи, навчання, гімнастичних вправ, відпочинку. Рано вранці піфагорійці приходили на берег моря і під музику виконували гімнастичні вправи, а далі – інші види занять.

З навчальних занять Піфагор зробив обов'язковим викладання квадривіуму: арифметику, геометрію, астрономію, гармонію. Він вважав, що все інше можна пізнати за допомогою цього квадривіуму.

Основними продуктами харчування піфагорійці вважали хліб і мед. За словами Аристоксена: "Із стрючкових Піфагор найбільше схвалював вживання бобів, так вони діють пом'якшувально і прослаблюють: тому він харчувався ними частіше за все. З м'ясних страв Піфагор дозволяв різати тільки півнів, молочних козлят і поросят... він утримувався тільки від м'яса тяглових биків і баранини, а м'ясо всіх інших тварин дозволяв їсти" [Там само, с. 143, 144].

Основним завданням піфагорійців у вихованні й навчанні було виховати здорову, гармонійно розвинену особистість. При цьому вони велике значення надавали попереджувальній, профілактичній медицині, дієтології. Посилена увага приділялася вивченню анатомії, нервової діяльності, кровообігу, ембріології, фізіології, зоології,

ботаніки. При їхньому вивченні вводилися чисельні методи дослідження. Вважалося, що будь-яка хвороба, починаючи прогресувати, досягає своєї кульмінації, після чого йде на спад. Ці проміжки часу прогресу і регресу хвороби однакові, а один день виділявся як кульмінаційний. Такого роду містичні прогнози мали місце в медицині піфагорійців.

Відсутність хвороб піфагорійці вважали особливим станом організму, що досягається правильним режимом харчування, відпочинку, гімнастичними вправами, вважаючи, що в організмі все має перебувати у певній пропорційній залежності, і порушення її приведе до різних ускладнень та хвороб. У зв'язку з цим піфагорійці намагалися вивчати фактори, що привели до диспропорції і дисгармонії в організмі, і рекомендували застосовувати протидіючі засоби.

Один із видатних лікарів-піфагорійців Алкмеон у своїй книзі "Про природу" у центр уваги ставив людське тіло. Він проводив паралель між вічно безсмертним космосом і безсмертною людською душею (псюхе). Душа людини, на його думку, знаходиться у вічному круговому русі, а людський організм є не тільки моделлю космосу, але й людського суспільства та держави. При цьому в державному устрої, у людському суспільстві повинно зберігатися певне стабільне становище, рівновага політичних сил. Демократичний устрій він розглядав як нормальний, здоровий стан організму, а монархію – як переважання одного з факторів, що приводить до хворобливого стану всього суспільства і держави. Ці положення Алкмеона наклали свій відбиток на вчення Платона й Аристотеля про державу і закони суспільного розвитку.

Основною заслугою Алкмеона є відкриття нервів, що зв'язують органи почуття з головним мозком. "Чим ми мислимо, – кров'ю, повітрям чи вогнем? – говорить Сократ, висловлюючи погляди Алкмеона. – Або ж, ні тим, ні іншим, ні третім? А це наш мозок викликає почуття слуху і зору, і відчуття запаху, а з них виникає пам'ять і уявлення, коли вони набувають стійкості виникає знання" [Там само, с. 150].

Алкмеон припускав, що нерви являють собою трубчасті канали, по яких спеціальна рідина чи повітря надходить в органи почуттів, у головний мозок і впливає на них шляхом сигналів.

Алкмеон вивчав і кровообіг, відрізняв вени від артерій. Це розходження встановлювалося на трупах загиблих чи померлих, тому що вени порожні, а артерії повні застиглої крові.

Інший лікар-піфагорієць Гіппон велике значення надавав водному балансу в організмі. "Адже і тепле живе вологою, – говорить він, – і вмираюче висихає, і насіння всіх живих істот вологе, і вся їжа містить вологу. А з чого все складається, тим від природи і живиться. Вода ж є началом вологої природи", – говорить Гіппон [3, с. 142]. У цих висновках Гіппон дотримує філософської першооснови Фалеса, вода – першооснова всього суцього.

Виконання гімнастичних вправ і відпочинок у піфагорійців часто супроводжувалося співами і грою на музичних інструментах. Широке захоплення гармонією і теорією музики було пов'язано з тим, що греки, в силу своєї природної емоційності, надавали великого значення музиці. Вони вважали, що гарна музика здатна очищати душу, лікувати різні хвороби, психічні розлади, пом'якшувати неприборканість душі. Греки вважали музику найважливішим засобом етичного виховання вільнонароджених громадян. Як відомо, Піфагор з гарячою запопадливістю віддавався музиці. Таке жагуче його захоплення музикою привело до вивчення тональності, залежності висоти тону від довжини коливної струни. Він сконструював простий інструмент монохорд, що являв собою дощечку з дванадцятьма розподілами і натягнутою на ній струною. На цій дощечці під струною знаходилася опорна планка, що змінювала довжину струни, і при цьому змінювалося звучання, тональність звуку. Великим було здивування Піфагора, доброго знавця музики та математики, коли за допомогою цього елементарного інструмента він зумів установити чудесну закономірність, що, здавалося, цілком була закрыта від дослідників. Уводячи визначені розподіли, Піфагор з високим професіоналізмом музиканта і математика зумів установити пропорції між довжиною струни і висотою звучання, назвавши ці пропорції квартою, квінтою, октавою. Для чіткого і ясного способу передачі цих знань людям були складені різні комбінації таких пропорцій. Вони і заклали основи теорії музики.

Але та ж механіка звуків, пояснення її за допомогою числа, числових відношень штовхала піфагорійців до найтемнішої містичної сутності числа. Найбільш невловиме явище в той час – звук, який виявився просторово вимірним за допомогою числа, вирвався з полону чисел. Це знову наводило на думку, що простір, його закони вимірюються числом.

Незважаючи на містифікацію числа піфагорійцями, теорію музики розвивали такі видатні математики, як Архіт Тарентський, Евклід, Ератосфен, Птолемей та інші. Піфагорійці поряд з іншими

обов'язковими предметами (математичний квадравиум, медицина, зоологія, ботаніка тощо) викладали і музику як обов'язковий предмет для етичного виховання і гармонійного розвитку особистості.

Як бачимо, піфагорійська медицина в особі таких лікарів і лікарів-дослідників, як Алкмеон, Гіппон, Іккос, а надалі Гіппократ Хіосський, і весь гіппократівський корпус, вплинули на розвиток давньогрецької і всієї європейської медицини. Вони заклали основи теорії і практики медичної науки. Анатомічні й фізіологічні дослідження піфагорійців показали чільну роль мозку як центру, де зосереджений розум людини і координатор почуттєвої діяльності людського організму.

Піфагорійці брали активну участь у спортивних змаганнях. Показовою є особистість лікаря, гімнаста і борця Іккоса. За свідченням Павсанія, "Іккос, син Ніколаїда, тарентець, виборов Олімпійський вінець у п'ятиборстві, а потім, як кажуть, став кращим учителем гімнастики свого часу" [2, с. 273].

Іккос дотримувався суворої дієти, не допускав надмірностей у харчуванні, "... Іккос Тарентський, – говорить Євстафій, – лікар, який завдяки простоті свого побуту, став основою для прислів'я "обід Іккоса" – про тих, хто обідає без надмірностей" [Там само]. Спосіб життя Іккоса, дотримання дієти, виконання гімнастичних вправ, побутова скромність стали прикладом для наслідування молоді: "Іккос, борець із Тарента, вперше став вести більш помірний образ життя під час атлетичних змагань: він дотримувався суворої дієти і не знав радостей Афродіти" [2, с. 274]. Іншим видатним піфагорійцем був Мілон – полководець, державний діяч, філософ, чемпіон олімпійських ігор у боротьбі – друг Піфагора. За переказами, Мілон з'явився на олімпіаду з чотирьохрічним биком на плечах. Зважаючи на те, що проміжок часу між олімпіадами складає чотири роки, Мілон увів собі в обов'язкові навантаження на тренуваннях присідання з молодим бичком на плечах. Але час ішов, бичок виріс, став солідним биком, а Мілон продовжував виконувати присідання. Приклад могутнього Мілона надихав молодь займатися спортом.

Сам Піфагор надавав великого значення спортивним змаганням, олімпійським іграм, здоровому способу життя. Існує переказ, що Піфагор брав участь у кулачному бою на 58-й Олімпіаді, що відбулася в 548 р. до н.е. Коли його відмовляли від участі в змаганні, говорячи, що він не зможе здолати суперника, Піфагор відповів: "Я буду завдавати удари з такою математичною точністю, що супернику стане пекуче. Моя глибока віра в число – це моє життєве кредо". І він дотримав свого слова, ставши чемпіоном Олімпіади, і зберіг цей

титул на кількох наступних Олімпіадах. Літописець відзначає, що першим болільником на цій Олімпіаді був Фалес Мілетський, один із семи мудреців. Мудрець, який вчив, що все життя бере свій початок з води і все живе складається з неї, помер від спеки і спраги на Олімпіаді саме під час бою Піфагора, за якого дуже вболівав [4, с. 27].

У період з 508 по 480 рр. до н.е. кротонці здобули сім перемог з восьми в бігу. Це духовне піднесення громадян Кротону історики пов'язують із впливом етико-політичного вчення Піфагора, його оточення, учнів і послідовників.

Спосіб життя, що проповідував Піфагор, привернув до себе увагу і повагу кротонців. Навколо самоського мудреця стали збиратися віддані йому люди аристократичного походження. Юнаки вважали за честь бути учнями Піфагора. Відзначаючи це, Платон говорив, що Піфагор став "поводирем молоді".

Зі збільшенням впливу Піфагора серед молоді, ріс його вплив і в суспільно-політичних колах. Зважаючи на те, що він займався вихованням і навчанням юнаків аристократичного походження, які, підростаючи, займали особливе місце в суспільстві, піфагорійський спосіб життя міцно закріпився в суспільних відносинах, зміцнювалися позиції піфагорійців у кротонській міській раді. Піфагор, створивши свою школу, став незаперечним авторитетом. Слово Вчителя було для всіх законом.

Піфагор мав родину, усі члени якої були членами громади, його учнями. Дружина його Феано – одна з його учениць і донька піфагорійця Бротина. Феано була дуже популярна в піфагорійських колах, написала ряд творів і листів-моралей, зокрема "Про чесноту", "Філософські записки". Друга донька Піфагора, Майя, за свідченнями Тимея, "... була в дівоцтві першою серед дівчат, а в заміжжі – першою серед жінок". У різних джерелах відзначається, що у Піфагора було також двоє синів: Телавг і Аримнест. Кожному з членів родини Піфагора приписуються визначні наукові твори. Виховував Піфагор своїх дітей у дусі своєї системи, намагаючись дати їм всебічне виховання, гармонійно розвиваючи їхні особистості.

Важливо відзначити наближене оточення, учнів і послідовників Піфагора й основні напрямки їхньої діяльності. З ранніх піфагорійців відомий Мілон – відомий атлет, політик і воєначальник, математик і філософ. Він відіграв вирішальну роль під час війни Кротона із сибаритами, очолив військо кротонців і вщент розбив сибаритів. З математиків найвидатнішим був Гіппас Мессопотамський, який був суперником Піфагора у математиці. Філолай – астроном-піфагорієць, який створив першу наукову негеоцентричну картину світу. У

піфагорійському оточенні були знамениті лікарі Калліфонт і його син Демокед, Емпедокл, Іккос, Алкмеон, Гіппон; ботанік Менестор; математик Феодор. Учнями наближених Піфагора, а надалі послідовниками піфагореїзму, кожний у своїй галузі, стали такі видатні мислителі, вчені, як Демокрит, Платон, Архіт Тарентський, Теетет Афінський та інші. Піфагореїзм пройшов крізь століття, встановивши зв'язок між цілими поколіннями. Але багато видатних піфагорійців займалися не тільки наукою, а й сприйняли піфагорійський спосіб життя, брали активну участь у політичних подіях, працювали в державних установах.

Як відомо, піфагорійці бачили "суспільний порядок" в аристократичному устрої держави і не визнавали демократію, вважаючи, що демократія розхитує державний устрій і руйнує його. Цим ідеям вони цілком підкоряли і свою філософську систему.

Але авторитарне керівництво піфагорійців у Кротоні і союзницьких містах викликало зворотну реакцію з боку демократично налаштованого населення. Демос виражав своє невдоволення з питання несправедливого розподілу землі, відвойованої в сибаритів. Це протистояння демосу й аристократично налаштованих піфагорійців щодня посилювалося. Останню вирішальну роль у розгромі піфагорійців відіграли Кілон і його оточення.

Кілон – людина, що вийшла з вищого аристократичного стану, багатий кротонський чоловік, перший із громадян Кротону, але, будучи злим і жорстоким, був відкинутий Піфагором і не прийнятий у піфагорійське суспільство. За свідченням Ямвліха, у творі "Про піфагорійське життя", говориться: "Кротонець Кілон – муж, що був перший над співгромадянами родом, славою і багатством, але, між іншим, людина зла, схильна до насильства, заколотник і тиран – виявив палке бажання стати членом піфагорійської общини, і, прийшовши до Піфагора, тоді вже поважного віку, був відхилений з вказаних вище причин" [2, с. 145].

Кілоновці після цього оголосили війну піфагорійцям, вони використовували невдоволення рядових громадян, демосу Кротону, спрямовуючи їх проти аристократичних порядків піфагорійців. Вони продовжували бунтувати і виражати всяку ворожість стосовно піфагорійців. "Але під кінець підступи проти них досягли таких розмірів, що коли піфагорійці засідали в будинку Мілона в Кротоні і обговорювали державні справи, [кілонівці] підпалили і спалили всіх піфагорійців, крім двох: Архіппа і Лісіда; вони були наймолодшими, найсильнішими і якось прорвалися назовні" [Там само, с. 146]. Але,

незважаючи на те, що широкі кола населення були незадоволені аристократичними формами правління піфагорійців, вони не надали ніякого значення тому, що скоїлось. Уцілілим піфагорійцям довелося скласти з себе урядові повноваження. Вони зібралися громадою, але після погіршення політичної обстановки залишили велику Грецію – Італію.

Хоча піфагорійські школи в Італії припинили своє існування, але їхні ідеї, математична основа в науковому пізнанні і принципи виховання гармонійно розвиненої особистості збереглися і поширилися по всій Греції. Послідовниками піфагорійців були такі видатні мислителі, вчені, державні діячі, як Платон, його ейдетична філософія безпосередньо впливає з числової філософії Піфагора. У молодості він був видатним атлетом, чемпіоном олімпійських ігор з гімнастики. Платон одержав своє прізвисько від слова *πлатος* – широкий, широкоплечий за свою атлетичну фігуру. Нинішнє його ім'я Аристокус. Друг Платона – знаменитий Архіт Тарентський, що сім разів обирався стратегом Тарента. Цицерон в оповіданні "Про державу" відзначає: "Архіт так вміло й так гуманно управляв Тарентом, очолюючи державу, що слава про нього дішла до всіх" [2, с. 449]. Крім цього, як було відзначено, Архіт був видатним математиком, механіком, астрономом, учителем великого Евдокса Кнідського, другом Платона. Демокрит – філософ, творець атомістичної теорії й ін. Цей список можна продовжити такими іменами, як Мілон, Теетет Афінський, Гіппократ Хіосський, Емпедокл і багато інших, які були видатними піфагорійцями, вони вирости в піфагорійському оточенні, стали всебічно розвиненими особистостями, внесли великий внесок у розвиток науки і культури Стародавньої Греції.

З погляду сьогодення піфагорійська система виховання гармонійно розвиненої особистості мала ряд недоліків. Але основні її положення виховати здорову, інтелектуально розвинену людину використовуючи передові наукові досягнення, виявилися найціннішими й життєздатними. Вони дійшли й до нашого часу.

АТОМІСТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ ЛЕВКІППА-ДЕМОКРИТА

Питання світобудови, її улаштування з елементів цікавили мислителів з найдавніших часів. Традиційно в науковому пізнанні та філософії вони простежуються починаючи з мілетської школи. У коментарях до "Фізики" Симплікій відмічає: "За переказами, Фалес

першим представив еллінам природну історію. Правда, на думку Теофраста [Фізичні думки, фр. 1], у нього було багато попередників, але він набагато перевершив їх, так що затьмарив усіх, хто був до нього" [1, с. 115].

Фалес і його послідовники – мислителі мілетської школи Анаксимандр, Анаксимен прагнули знайти ті першооснови, з яких влаштована світобудова. За першооснову, за першоречовину Фалес взяв "воду", вважаючи, що все виникло з води.

Анаксимандр відходить від конкретно матеріальної першоречовини Фалеса – води і за першоречовину бере певну абстрактну універсальну першоречовину – нескінченну, яку іменує "апейрон" (to apeiron), не визначаючи її. Третій представник цієї школи – Анаксимен за першооснову брав "повітря". Розглядаючи різні стани цих першоречовин, мілетці пояснювали отримання всіх речовин і об'єктів світобудови.

Так, Фалес розглядає чотири стани води: "Отже, відомі чотири, з яких першим і якби єдиним елементом ми вважаємо воду, змішуються між собою для сполучення, затвердіння й утворення внутрішніх [тіл]" [Там само]. Анаксимандр, взявши за першооснову нескінченну, незмірну субстанцію (to apeiron), "яка, подібно до насіння, утримує в собі самій народження всіх речей; з неї, як він стверджує, складаються незліченні світи" [Там само, с. 117]. Анаксимен "вважав началом повітря і нескінченне (to apeiron)" [Там само, с. 129].

Ці первинні матеріалістичні погляди мілетців лягли в основу подальших атомістичних побудов.

На противагу матеріальним началам мілетців піфагорійці, згідно з Аристотелем, поставили числа, оскільки в числах вони знаходили багато схожості з тим, що існує і відбувається. Але самі числа, на їх думку, сходять до більш первинних начал – це поєднання "межі" і "безмежного". "Безмежне" вони вважали неоформленою речовиною, а "межу" – початком оформлення.

Числами піфагорійці визначали порядок речей, їх відношення і стан. Вони вважали, що числа мають буття, не відділене від речей. Це переконання підготувало до арифметизації геометрію. Так арифметична одиниця уподібнилася геометричній точці, двійка – прямій лінії, трійка – площині, четвірка – геометричному тілу.

Аналізуючи положення числової філософії, Аристотель в "Метафізиці" відмічає: "Піфагорійці ж, вбачаючи у тілах, що почуттєво сприймаються, багато властивостей, які є у чисел, оголосили речі числами, але не існуючими окремо, а такими, з яких

складаються речі" [2, с. 357-358]. Ці положення піфагорійської філософії з чисел складати речі викликали подив у багатьох дослідників. Зокрема, з твору Теано "Про благочестя", Стобей наводить такий вислів: "І багато еллінів, як мені відомо, думають, неначе Піфагор говорив, що все народжується з числа. Але це вчення викликає подив: яким чином те, що навіть не існує, мислиться породжуючим? Тим часом він говорив, що все виникає не з числа, а згідно з числом, оскільки в числі – перший порядок, за причетністю до якого і в зчислимих речах встановлюється щось перше, друге і т.і." [1, с. 149, 150]. Треба вважати, що піфагорійці числам уподібнювали геометричні об'єкти, з яких надалі конструювали модель світобудови, числову конструкцію космосу. "Піфагорійці, отже, в цьому відношенні не заслуговують на докір, – говорить Аристотель, – однак, оскільки вони з чисел роблять природні тіла, з того, що не має ваги і легкості – те, що має вагу і легкість, то здається, що вони кажуть про інше небо й інші тіла, а не про ті, які почуттєво сприймаються" [2, с. 358].

Піфагорієць Філолай говорить з цього питання: "...природа числа пізнавальна, головуюча і навчальна для всіх у всьому незрозумілому і невідомому. Дійсно, нікому не була б зрозуміла жодна з речей – ні в їх відношенні до самих себе, ні в їх відношенні до іншого, – якби не було числа і його сутностей" [1, с. 443]. "У такому зведенні всіх речей до чисел уперше висловлюється думка про закономірність Всесвіту", – говорить Енгельс.

Під числами піфагорійці розуміли будь-які відношення цілих чисел, тобто раціональні числа, за допомогою яких конструювали всі речі, їх відношення і різного роду залежності. Але з доведенням теореми Піфагора в загальному вигляді (квадрат гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює сумі квадратів його катетів), вони прийшли до суперечності, до несумірних відрізків (діагональ квадрата несумірна з його стороною). Ця теорема довела, що неможливо піфагорійським математичним атомізмом тлумачити всі положення геометрії. Велика теорема привела до великих потрясінь в атомістичній математиці і всій числовій філософії піфагорійців. Якщо раніше піфагорійці стверджували "все є число" і "все з числа", то після доведення теореми вони не могли вже цього стверджувати. Доводилася теорема іншого характеру: "Не існує раціонального числа вигляду, квадрат якого дорівнює двом". Це привело до поняття несумірності відрізків. Необхідно було знайти вихід із становища, яке в історії математики отримало назву "першої кризи математики". У чому полягає суть кризи з точки зору піфагорійської атомістичної

математики? Суть її в тому, що піфагорійська атомістична математика вичерпала свої можливості і необхідно було розширити поняття числа від раціональних до дійсних, доповнюючи раціональні ірраціональними числами, переводячи математику з дискретно-атомістичної на континуальну основу, з арифметичної на геометричну; із заміною піфагорійського поняття числа на безперервну величину. Піфагорійці не були готові до цього і прийшли до кризи зі своєю філософською системою. На наш погляд, цю ситуацію, при всьому її катаклізмі, який виник у той час, потрібно розглядати в історії математики як кінець піфагорійської арифметичної математики, вичерпана межа її можливостей. Настала нова ера, ера введення в математику і все теоретичне природознавство безперервної величини і поняття континууму. Над цими проблемами працювали піфагорійці молодшого покоління: Архіт Тарентський, Теетет Афінський, Евдокс Кнідський. "Побудована Евдоксом теорія величини – один з найбільших витворів математики за всю її історію. Вчення Евдокса про несумірність (п'ята книга "Начал" Евкліда) в основному співпадає з сучасною теорією ірраціональних чисел, побудованою Р. Дедекіндом у 1872 р. Роботи Евдокса поклали кінець першій кризі основ математики, яка сталася в V ст. до н.е. в зв'язку з відкриттям несумірних величин" [4, с. 194].

У другій половині V ст. до н.е. одним з осередків розвитку наукової і філософської думки стають Абдери, на півночі Греції у Фракії. Тут протікали життя і діяльність Левкіппа (460–370 рр. до н.е.), його учня і друга Демокрита (460–370 рр. до н.е.). Левкіпп був учнем Зенона Елейського (490–430 рр. до н.е.). Він перший прийняв атоми за начала всіх речовин, розглядаючи безмежний всесвіт. "У ньому є повнота і є пустота; те і інше він називає основами. З них виникають і в них дозволяються нескінченні світи" [5, с. 368].

У безмежності, – стверджує Левкіпп, – відділяються і мчать різні тіла, утворюючи різні вихрові скупчення, які, всіляко кружляючись, зчеплюються, утворюючи кулеподібне утворення. Це кулясте утворення зростало за рахунок сполучень з іншими тілами. Левкіпп стверджує далі, що так утворилася Земля та інші світила [Там само, с. 369]. Як бачимо, ця космічна побудова нічим не відрізняється від гіпотези І. Канта про виникнення Сонячної системи.

Ці атомістичні ідеї і вихрові утворення сприйняв Демокрит і розвинув їх далі. У джерелах зазначається, що він спілкувався і з Анаксагором, у якого міг почерпнути ідею про виникнення речей внаслідок сполучення найдрібніших частинок і руйнування речей

внаслідок їх роз'єднання. Переказ свідчить, що Демокрит був учнем персидських вчених, халдеїв, побував у Вавилоні, Персії, Єгипті, Індії. За свідченням Климента Александрійського, Демокрит говорить про себе ось що: "З усіх моїх сучасників я обійшов велику частину Землі; я робив дослідження більш глибокі, ніж будь-хто інший; я бачив багато різноманітного клімату і країн і чув вельми багатьох вчених людей, і ніхто ще мене не перевершив у складанні ліній, що супроводиться логічним доказом" [6, с. 95].

Демокрит був у повному контакті з піфагорійцями, вивчав їх математику і числову філософію, він захоплено відгукувався про Піфагора і його вчення. "Згідно з повідомленням Порфирія, вчителем Демокрита був син Піфагора Арімнест" [7, с. 89].

З численних робіт найважливішою є "Велика світобудова", в якій Демокрит викладає свою точку зору про будову світу. Це основне вчення Левкіппа і Демокрита, що випливає з гіпотези про існування атомів і пустоти.

Грецьке слово атомос (atomoz) означає "неподільний", "що не розрізається на частини" як фізичне тіло внаслідок його твердості і абсолютної малості. Але згідно з Августином він (тобто атом – прим. ред.) має сім частин: "Яким би малим не було таке тільце (corpusculum), звичайно, воно має праву і ліву частину, верхню і нижню, задню і передню, або, інакше кажучи, зовнішні частини і середню. Бо ми повинні визнати, що це обов'язково повинно бути наявності в будь-якій малій мірі тіла" [7, 70]. Ці частини атомів були введені для того, щоб відрізнити атом від точки, що не має розмірів. "Піфагорійці, – повідомляє Сиріан, – не складали речей з амер, як школа Демокрита – з атомів" [Там же].

Левкіпп і Демокрит вважали, що в світі існує нескінченна безліч атомів різної конфігурації: кулясті, гачкуваті, пірамідальні, якореподібні і т.п. Число цих форм так само нескінченне. Початковою властивістю атомів вони вважали їх безперервний рух. За Аристотелем, Левкіппом і Демокритом "приймаючи розріджене і густе за первинне (archai) властивості [речей] ... стверджують, що відмінності [атомів] суть причини всього іншого" [2, 75]. Вони відмічають три види відмінності: "контури, порядок і положення" [Там же]. Враховуючи існування атомів в пустоті і їх різні форми, порядок і положення, атомісти вважали їх природним станом перебувати в безперервному русі, не пояснюючи причину його виникнення, вважаючи цей рух їх початковим станом. Що отримало осуд Аристотеля: "А питання про рух, звідки або яким чином він у існуючого, і вони подібно іншим легковажно обійшлися" [Там же].

Але начало змін і руху Аристотель шукає на певному іншому початку або першопричині. "А шукати цю першопричину – значить шукати певний інший початок, [а саме], як би сказали, то, звідки початок руху" [2, 72]. Так, аналізуючи вчення Емпедокла, ця першопричина руху характеризується двома протилежностями: "дружбою" і "ворожнечею". Дружба має творчі, а ворожнеча – руйнівні властивості. Емпедоклу передували в цьому плані Гесіод і Парменід. Аристотель не сприйняв їх точку зору. Анаксагор у своєму вченні і побудові світобудови першопричиною вважає "розум", в інших випадках він відкидає це положення. Аристотель сприйняв твердження Фалеса про те, що й нежива природа має душу (янтар, магнетичний камінь здатні притягати до себе тіла), тому він також взяв за першопричину розум – нус, світовий розум, який приводить все в рух і управляє світом, "...той, хто сказав, що розум знаходиться, так само як в живих істотах, і в природі і що він причина світопорядку і всієї світобудови...", і далі продовжує Аристотель: "Ті, хто дотримувалися такого погляду, в той же час визнали причину досконалості [в речах] першоосновою існуючого, і притому таким, від якого існує набір руху" [Там же, 73].

Атомісти, як було відмічено, не ставлять питання про першопричину руху атомів не тому, що "безтурботно" ставилися до такого фундаментального положення, як першопричина руху, а тому, що рух атомів в пустоті вважали їх початковою властивістю, оскільки в пустоті атоми жорстко не закріплені, і вони не можуть не знаходитися в русі. Атомістична теорія Левкіппа і Демокрита виникла на основі численних спостережень за явищами природи, вони прийшли до такого висновку за повідомленням Теофраста тому, "що велика або менша міра твердості і м'якості "відповідають більшій або меншій мірі густоті від розрідженості" [6, 97]. Основи атомістичної теорії Левкіппа і Демокрита склалися в боротьбі з вченням елейців, які стверджували, що існує тільки буття – це суцільна неподілена куля всесвіту, а небуття немає, його не можна навіть мислити.

Поняття нескінченності у атомістів закладене в нескінченному числі атомів і в понятті нескінченності всесвіту, в якому є нескінченна безліч світів, які утворюються з атомів, "виділяючись з безмежного", мчать "у велику пустоту", кружляючись і завихрюючись, наштовхуючись один на одного, зчеплюючись і розлітаючись, формують єдине кулясте утворення. Важчі осідають в центрі вихору, легші відлітають до периферії. Так Демокрит описує одне із скупчень атомів, і внаслідок завихрення утворюється одне кулясте утворення – один зі світів. Таких світів у нескінченному

всесвіті утворюється нескінченна безліч. Ці світи перебувають у різних станах: одні створюються, другі сформувалися у вигляді системи планет, треті старіють і руйнуються, повертаючись у первинний стан – скупчення незліченної безлічі атомів.

Космогонія Левкіппа і Демокрита поклала початок про нескінченність світів, розвиваючи ідею Анаксагора про молочний шлях (Чумацький шлях – прим. ред.), вони розглядали як скупчення зоряних систем. Інша, не менш важлива здогадка – це твердження про природно фізичне походження цих систем зі скупчення вихоротвірних атомних утворень.

Атомістичне і космологічне вчення Левкіппа і Демокрита являють собою механічне пояснення природних явищ. У цьому плані атомісти є продовжувачами вчень Фалеса, Анаксимандра, Анаксимена, Емпедокла.

Але вчення Демокрита уперше було глибоко продуманою механічною концепцією природи. Вона була не тільки продовженням ідей перших натурфілософів і ранньої піфагорійської математики та фізики, але логічної системи елейської школи Парменіда-Зенона. Замість піфагорійського поняття числа Демокрит вибрав фізичний елемент – атом.

У будь-яких природничо-наукових побудовах атомістів необхідні математичні розрахунки і висновки, тому вони не могли залишити без уваги і математику. Вони повинні були розробити математичну конструкцію, користуватися математичними об'єктами, які, так само як і фізичні, побудовані з математичних атомів і пустоти. Їх математичний атомізм виходив з піфагорійської дискретної арифметики.

Аристотель в "Фізиці" говорить: "Вони (Левкіпп і Демокрит – К.У.) стверджують, що первинні величини за числом нескінченні, за величиною неподільні, з одного не виникає багато, з багато чого – одного, але все породжується шляхом їх поєднання і "переплетення" [8, 352]. Певною мірою атомізм Демокрита Аристотель порівнює з математичним атомізмом піфагорійців. "У певному значенні ці [філософи] також вважають всі речі числами і що складаються з чисел: хоч вони і не кажуть цього певно, але значення їх слів саме таке" [Там же].

Але в чому ж схожість фізичного атомізму Демокрита з математичним атомізмом піфагорійців? У їх нескінченності. Фізичних атомів Демокрита нескінченна безліч, враховуючи нескінченність у відмінності їх конфігурацій і нескінченна безліч піфагорійських чисел, отже, їх схожість в нескінченному їх числі.

Атомістичну концепцію Демокрит прагне розповсюдити і на математичні тіла: піраміду, конус, кулю, які, на його думку, складаються з паралельних площин, відділених один від одного прошарком пустоти, товщиною в атомну величину. Так, якщо конус розітнути площинами, паралельними основі, то отримаємо велику кількість кругів, паралельних основі конуса, в порядку зменшення їх радіусів, якщо слідувати до вершини конуса. Аналогічно між кругами конуса вийдуть і прошарки пустого простору. Отримані круги перетинів можна розглядати як площини, що складаються з ліній, а лінії – такі, що складаються з точок – атомів, які не піддаються ні механічному, ні уявному розподілу. Аналогічному поділу Демокрит піддавав піраміду, кулю й інші геометричні тіла. Ця атомістична концепція Демокрита відповідала побудові не тільки фізичних тіл і встановлювала відповідність між фізичними і математичними тілами, але вирішувала багато внутрішніх математичних проблем. Вона усувала протиріччя, пов'язані з апоріями Зенона Елейського. Згідно з апорією Зенона "Дихотомія", відрізок і будь-який геометричний об'єкт можна ділити до нескінченності; а нескінченне велике число елементів, якщо вони навіть мають малу величину, дають нескінченно велику суму. Ці положення в древньогрецькій математиці приймалися у Стародавній Греції як аксіоми, хоч друге є помилковим. Як відомо, це положення в цей час являє собою суму числового ряду, який може бути таким, що тільки сходиться при нескінченному розподілі пополам, оскільки отримуємо суму геометричного ряду (суму членів нескінченно зменшуваної геометричної прогресії). Приймавши положення нескінченної подільності, Зенон приводив математичні міркування і висновки до суперечності. Враховуючи ці протиріччя, Зенон прийшов до висновку або, швидше, до захисту тези Парменіда, що світ – єдине ціле, він неподільний на частини. Але, приймавши ці положення, Зенон приводить до суперечності.

Якщо відрізок прямої або тіло прийняти такими, що складаються з непротяжних точок, то, якою б великою не була ця кількість, їх сума дорівнюватиме нулю. Але якщо при поділі відрізка отримаємо нескінченну безліч протяжних, хоч і дуже малих, то їх сума буде нескінченно великою величиною. Ці крайні положення подільності приводили Зенона до висновку, що в математиці з'явилися нерозв'язні протиріччя, напрошувався один єдиний висновок, що поділ неможливий, тіла неподільні.

На противагу теорії нескінченної подільності елейців Парменіда-Зенона і існування нескінченно малої величини Анаксагора виступили атомісти Левкіпп і Демокрит, які стверджували, що

подільність тіла не можна вести до нескінченності, поділ має межу, яка дорівнює неподільному атому. Тому будь-яке тіло складається з великого, але обмеженого числа найдрібніших частинок атомів, які мають малу, але не нульову величину. Тому при складанні обмеженого числа відрізків не можемо отримати нескінченно велике число. А з іншого боку, ця сума не може перетворюватися в нуль, оскільки кожний доданок отриманої суми являє ненульову величину.

Демокрит написав ряд робіт з математики: "Про відмінність між (законнонародженою і незаконнонародженою) думкою, або Про торкання круга і кулі", "Про несумірні лінії і тіла", "Геометрія", але жодна з цих робіт до нас не дійшла. Судячи з літератури про Демокрита і його атомістичного методу, можна зробити висновок, що Демокрит прагнув побудувати природну науку і математику, позбавлену протиріч, які пов'язані з нескінченною подільністю, впливають з апорій Зенона. Так при поділі конуса паралельними площинами він отримував площини товщиною з атом і проміжки між ними такої ж величини. На таку ідею складання пірамід і конусів з окремих шарів, очевидно, наштовхнули на думку Демокрита єгипетські піраміди, які побудовані таким чином з блоків. Але їх грані і ребра мають ступінчастий вигляд і не можуть представляти гладких прямих і площин. Першим опонентом Демокрита виступив Христіпп. Згідно з Плутархом, куля являє собою многогранник з великим, але кінцевим числом граней, гранями цього многогранника є основи піраміди з вершиною в центрі кулі. За первинну стереометричну фігуру Демокрит вибрав піраміду, враховуючи її всепроникні властивості, з природних речовин він поставив їй у відповідність вогонь, який має аналогічні властивості в природі.

Але куля, конус, піраміда виявляються складеними з площин. Наведемо аргументи Христіппа, згідно з коментарями С.Я.Лур'є: "...Подивимося ще, як відповів Христіпп Демокриту, який як дотепний дослідник висунув наступне важке питання: якщо конус буде (багато разів) розтинатися площиною паралельно основі, то як слід уявити собі поверхні перетину: чи будуть вони рівними або нерівними? Якщо вони не рівні між собою, то конус виявиться не гладким, оскільки його поверхня отримає безліч ступінчастих вибоїн і нерівностей. Якщо ж вони рівні між собою, то і самі перетини будуть рівні між собою і виявиться, що конус набуває характерних властивостей циліндра, оскільки він буде складатися з рівних, а не нерівних кругів, а це повний абсурд" [7, 88].

Якщо міркувати так, як міркує Христіпп і йому подібні, дійсно виходить абсурд. Але при такому перетині піраміди або конуса

площиною необхідно враховувати, що перетин проводиться не по атомних шарах, а по пустих просторах, і отримані в перетині круги-площини мають радіуси різної величини, тому ці перетини мають різну величину, що зменшується від основи до вершини. Якщо скласти ці круги в конус, починаючи від основи до вершини без пустого простору, то дійсно отримаємо ступінчасту фігуру, але Демокрит передбачає між атомними шарами шари і з пустого простору, хоч і ця конструкція в спрощеному вигляді являє фізичне тіло, оскільки в фізичному тілі атоми перебуває в безперервному хаотичному русі.

За рахунок пустого простору відбувається "згладжування" бічної поверхні конуса або піраміди. Цей пустий простір грає роль "цементуючого" розчину, що з'єднує атомарні шари конуса. Такі міркування не приведуть до суперечності, а побудують реальну модель геометричної фігури, побудованої за атомістичною системою.

Аналогічні міркування можна провести і відносно подільності відрізка навпіл для випадку непарного числа атомів у відрізку, несумірних величин і відрізків та інших випадків. Так, якщо поставлено перед нами завдання поділу відрізка пополам, з урахуванням його атомістичної структури, то, виходячи з фізичного атомізму Демокрита, необхідно враховувати, що атоми перебувають в безперервному русі і поділ відрізка з парним або непарним числом атомів буде відбуватися не по атому, а по пустоті, при цьому в отриманих половинках відрізка може бути різне число атомів, такий процес можна продовжити до нескінченності.

Якщо провести такого роду міркування, то можна зазначити, що у відрізка немає кінців, оскільки нам доводиться фіксувати кінці відрізка по рухомих атомах або пустоті. Це, звичайно, фізичний атомізм, але математична конструкція повинна відображати фізичну реальність. "Наявність математичного атомізму у Демокрита відмітив Е.Франк в 1928 р..." – пише С.Я.Лур'є [9, 8]. Більшість же дослідників схильні вважати його теорію фізичним атомізмом.

Важко судити про математичний атомізм Демокрита, не маючи його творів, всі думки проводяться аналогічно з його фізичним атомізмом. Так, якщо розглянути приклад проведення дотичної до кола, то геометрично ми не зможемо побудувати такої дотичної до кола, яка мала б з нею одну спільну точку, ми можемо уявити це собі умоглядно. Але, з іншого боку, якщо уявити дотичну як пряму, що складається з неподільних точок і проміжків пустоти між ними, і коло, як лінію що так само складається з точок і пустоти, то дотична і коло можуть мати спільну частину по пустотах, тобто вони не будуть

мати спільної точки; другий варіант: неподільна точка дотичної співпадає з пустотою кола або точка кола співпадає з пустотою дотичної; і останній варіант: точка дотичної співпадає з точкою кола, що є недопустимою накладкою. Якщо атом дотичної співпадає з атомом кола, то в цьому випадку маємо зіткнення атомів, в результаті чого приходимо до одного з попередніх трьох випадків.

Третій аргумент, що наводиться проти математики атомістів, пов'язаний з поняттям несумірності, ірраціональними величинами. У всій літературі, присвяченій аналізу атомістичної математики Демокрита, чомусь здійснюється арифметичний підрахунок кількості неподільних точок-атомів в одному й другому відрізку, не враховуючи проміжків між ними, і береться відношення кількості атомів одного відрізку до другого (відношення діагоналі квадрата до його сторони, або навпаки), і отримують раціональне число у вигляді, раціональне число для несумірних відрізків. Нам здається, що це неправильний підхід. Не маючи під рукою роботи Демокрита "Про несумірні лінії і тіла" неможливо робити такі висновки. Треба вважати, що Демокрит в цій роботі приділив увагу як дискретним, так і континуальним питанням і проблемам, що виникають між ними. До часу Демокрита теорема Піфагора вже була доведена в загальному вигляді, і проблема дискретності та безперервності була гостро поставлена. Демокрит не міг пройти повз неї, тому проблемі несумірності спеціально була присвячена робота "Про несумірні лінії і тіла", в якій, на наш погляд, при аналізі несумірних ліній і тіл враховувалося не тільки число атомів у відрізках і тілах, але і пусті проміжки між ними. Якщо враховувати, що відрізок складається з "атомів" і "пустоти", то зберігається і поняття континуальності і несумірності та нескінченної подільності і інші положення математики; і атомістична теорія не буде вступати в суперечність з математикою та іншими положеннями здорового глузду.

Як було відмічено раніше, атомістична теорія Левкіппа-Демокрита була побудована на противагу елейській теорії Парменіда-Зенона. Якщо елейці применшували роль почуттєвих джерел пізнання, що було згодом основою скептицизму і деяких шкіл софістів, то атомісти визнавали відмінність між почуттєвим і умоглядним пізнанням, вважаючи почуттєве первинним, початковою формою пізнання, а інтелектуальне, умоглядна форма не протилежна почуттєвому, вона повинна поглибити, уточнити почуттєві методи пізнання, "...атомісти бачать в пізнанні за допомогою розуму не протилежність почуттєвим сприйняттям, – говорить В.Ф.Асмус, – а їх продовження і поглиблення, уточнення. Достовірність

інтелектуального пізнання має джерело в цьому ж почуттєвому сприйнятті" [6, 111].

Атомістична теорія – це подальша раціоналізація на шляху звільнення філософського і наукового мислення від міфологічних уявлень.

Треба вважати, що атомістична математика Демокрита являє собою "грубу" конструкцію реально існуючих фізичних речей, і в цій атомістичній математиці не виконувалися всі вимоги класичної математики, де не було розроблене поняття граничного переходу, знаходження межі функції і інші положення. Мислителі того часу інтуїтивно підходили до цих положень, вдаючись в крайності і вивчаючи проблеми дискретної і континуальної математики окремо, а там, де вони перетиналися в своїх дослідженнях, виходили різного роду проблеми, казуси.

Над проблемами неправильних ліній працював Архіт Тарентський (428-365 до н.е.), його учень Евдокс Кнідський (408-355 р. до н.е.) розробив теорію пропорцій і метод вичерпання, в якому відрізки розглядаються як величини, що безперервно змінюються. Проблемами ірраціональних величин займався Теетет Афінський (410-368 до н.е.), наочним прикладом є математичні побудови і дослідження Архімеда. Його методи безпосередньо впливають з атомістичних методів Демокрита. У Архімеда методи Демокрита досягли більшої досконалості. Демокрит сам зазначав, що є два методи пізнання: один "істинний", інший – "темний". Під "істинним" він розумів умоглядні побудови це конструкції розуму; під "темним" – пізнання за допомогою відчуттів. Але, враховуючи, що наші органи почуттів не в змозі глибоко пізнати суть речей, на зміну "темному" методу повинен прийти умоглядний метод. Користуючись методом Демокрита, Евдокса, суворими доказами Евкліда, Архімед досяг видатних успіхів у галузі математики круглих тіл.

Але атомістична математика Демокрита не отримала свого визнання в античні часи, класична математика Евкліда, побудована на класичних принципах Платона-Аристотеля, отримала визнання. Важко знайти однозначні причини невизнання натурфілософських матеріалістичних ідей Демокрита. Умами їх сучасників оволоділи згодом ідеї Платона і Аристотеля. Це невизнання ідей Демокрита було трагедією для його найбагатшої наукової спадщини, вся його наукова спадщина загинула, залишилися окремі фрагменти. Але збереглися майже повністю праці Платона і Аристотеля, хоч математичний атомізм Платона безпосередньо впливає з фізичного атомізму Демокрита.

Атомістичні ідеї Демокрита розвивалися в атомістичних уявленнях Епікура-Лукреція. У період Відродження атомістичні ідеї Демокрита і механіко-математичні методи Архімеда набули подальшого розвитку у працях Джордано Бруно, Галілео Галілея, в математичних побудовах Банавентура Кавальєрі. У Новий час ці ідеї отримали завершення в диференціальних і інтегральних обчисленнях Ісаака Ньютона і Готфріда Лейбніца. В епоху Відродження і Новий час сталася реставрація і реконструкція ідей Левкіппа-Демокрита в математиці і природничих теоріях фізики, хімії, космології та космогонії, ідеї древніх атомістів набули різного роду реконструкції й подальшого розвитку.

ІСТИННІСТЬ ДОКАЗІВ (АНТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ)

Математика є однією з могутніх галузей людської культури й наукового знання. У процесі історичного розвитку своїми специфічними методами вона відбиває й історію розвитку суспільства в цілому. Як відомо з історії, самосвідомість грецького народу, народів грецьких полісів розвивалася на демократичних принципах, виробляючи законодавчі акти в процесі широкого обговорення демосом (народом) на народних зборах. Це виробляло й розвивало логіко-доказове мислення. Спосіб життя, спосіб переконання, доказове мислення проникли в усі сфери життя й наукове пізнання. Ніщо в цей час не бралось на віру, кожен громадянин міста-держави повинен був аргументовано виступати на міських зборах і відстоювати свою точку зору. Афінський реформатор Солоній (близько 640-560 рр. до н.е.), розробляючи законодавчі акти, вніс закон, що зобов'язував кожного громадянина міста-держави брати активну участь в обговоренні державних проблем і вимагав суворо карати тих, хто ухилявся від цього.

Такий логіко-доказовий метод ведення діалогу, суперечки, доведення істини укоренився в політичних диспутах, судових процесах, наукових трактатах і теоріях. Особливо яскраво цей доказовий метод пошуку істини проявився в дедуктивних побудовах математики, формальної логіки. Питання пошуку й доведення наукової істини у мислителів Стародавньої Греції стало основоположним. Уперше доказові методи в науку й математику ввів голова мілетської школи Фалес (близько 625-547 рр. до н.е.). Відповідно до Прокла: "Давньому Фалесу ми зобов'язані відкриттям багатьох теорем. Те, що круг ділиться діаметром навпіл, кажуть,

вперше довів знаменитий Фалес... Як повідомляють, він перший встановив, що у будь-якому рівнобедреному трикутнику кути при основі є рівними" [1, 113].

Далі, з посиланням на більш раннього автора, Прокл повідомляє: теорема, яка доводить, "що при перетині двох прямих ветрикальні кути є рівними... була вперше відкрита Фалесом" [Там же]. Евдем вважає приналежною Фалесу теорему: "два трикутники є рівними, якщо два кути і одна сторона одного з них є рівними двом кутам та одній стороні другого... Щоб знайти відстань від берега до кораблів, що знаходяться у морі, у той спосіб, який легенда пов'язує з Фалесом, необхідно використати цю теорему" [Там само]. Діоген Лаертій пише, що Фалес "просунув далеко вперед вивчення тих фігур... а саме рівносторонніх і нерівносторонніх трикутників і взагалі усього, що стосується геометричного умовиводу" [Там само, 100-101].

Якщо порівняти вихідні положення математики Фалеса з математикою Сходу, то чітко виділяються принципові відмінності між ними. Найважливіша відмінність виражається в систематичній реалізації Фалесом ідеї доведення.

Виникають питання, що мають тривалу історію і дотепер залишаються гостро дискусійними: які причини появи доведення математичних (узагалі наукових) положень? чому потреба в достовірному (обґрунтованому) істинному знанні виникла тільки в Стародавній Греції, а не з'явилася раніше ні в Стародавньому Вавилоні, ні в Єгипті? [2, 39].

Відомий історик математики М. Клайн указує на такі положення. По-перше, говорить він, "греки виявили суперечності у результатах, отриманих давніми вавилонянами при визначенні площі круга, і спробували з'ясувати, котрий з цих результатів є слушним. Аналогічні розбіжності виявилися й з інших питань" [3, 48].

Навряд чи можна сумніватися, що доводжувані Фалесом твердження не були відомі на Сході. Інша справа, що подібного роду твердження не виділялися як твердження, що вимагають доведень.

Доказовість математичних досліджень Фалеса, узагалі його прагнення до доведення наукових положень, до пошуку їхньої об'єктивної істинності свідчать про критичний раціоналізм його мислення, на противагу догматизму мислення Сходу.

Фалес Мілетський став уособленням свого народу і нової епохи в науковому пізнанні. Основними відмітними рисами його і його спадкоємців, послідовників Анаксимандра (близько 610-545 рр. до н.е.), Анаксимена (близько 585-525 рр. до н.е.) у науковому пізнанні є раціоналізм, критицизм і динамізм як протилежності авторитарності і

повільної еволюції світорозуміння Сходу. Ідея доведення стала конкретною формою вираження визначальних характеристик світогляду того часу стосовно математики в поєднанні з внутрішніми запитами цієї науки.

Подальшого розвитку математика Стародавньої Греції набула в піфагорійській школі. Піфагореїзм, у порівнянні з мілетською школою, відрізняється насамперед тим, що за основу математичного знання було взято арифметику, а в доведенні істинності математичних положень – дедуціювання їх з єдиного, заздалегідь заданого начала (аксіоматики). Визначальним принципом завдання аксіоматики і процесу виведення похідних положень була несуперечність, що трактується як неприпустимість виведення двох взаємовиключаючих положень (А та не-А). Надалі цей принцип у дедуктивних побудовах став основоположним.

З огляду на перекази й описи древніх авторів, математика не була основною темою в науковій діяльності Піфагора. Прагнучи пізнати об'єктивну істину, визначити закономірності й порядок, що існує у світобудові, відкрити її закони (з хаосу створити упорядкований космос, установити закономірності суспільного розвитку, виростити й виховати гармонійно розвинену особистість), необхідно було виробити певний науковий апарат, за допомогою якого можна було б вирішити це грандіозне завдання.

На думку Піфагора, для встановлення загальної гармонії найбільше з наукового знання підходила математика як найбільш абстрактна й універсально застосовувана частина в науковому пізнанні. З математичного знання Піфагор на перше місце в пізнанні наукової істини поставив арифметику, а в арифметиці – числову характеристику – число як основу всього математичного і наукового знання в пізнанні об'єктивної дійсності, об'єктів світобудови й відношень між ними. Ця ідея не залишала Піфагора все життя, вона привела його до інтенсивного вивчення математики (арифметики, геометрії, астрономії, гармонії) і з їх допомогою всього природничо-наукового знання, суспільних відносин, морально-етичних і політичних відносин у суспільстві. "...Я не знаю іншої людини, котра була б такою впливовою у сфері мислення, як Піфагор, – відзначає Б.Рассел. – З Піфагора починається концепція нетлінного світу, доступного інтелекту і не доступного почуттям... Піфагор в інтелектуальному плані є однією з найнепересічніших особистостей в історії" [4, 48]. Піфагорійське вчення у Стародавній Греції заклало основи релігії, математики, філософії. "Математика у розумінні

доказового дедуктивного обґрунтування починається саме з Піфагора" [Там само].

Вивчення математики, математичних дисциплін: арифметики, геометрії, астрономії, гармонії – не було самоціллю у Піфагора, це, скоріше за все, – засіб для вивчення закономірностей світобудови, встановлення в ній гармонійних залежностей. Цей математичний квадриум (арифметика, геометрія, астрономія, гармонія) Піфагор піддав інтенсивному вивченню й обов'язковому викладанню в піфагорійських школах. Така постановка питання визначила успіх розвитку математики, природознавства, натурфілософії, піфагорійської філософії в усіх напрямках. У кожному поколінні піфагорійці мали видатних послідовників у математиці: Піфагор Самосський, Гіппас Месопотамський, Гіппократ Хіосський, Феодор Кіренський, Архіт Тарентський, Евдокс Кнідський, Теетет Афінський та ін.; в астрономії – Філолай; у медицині – Алкмеон, Гіппократ Хіосський і Гіппократівський медичний корпус, а також в інших наукових напрямках.

Але багато дослідників вважали, що, впадаючи в містику, ранні піфагорійці ототожнювали числа з речами, властивості чисел ототожнювали з властивостями речей. Таке ототожнення ще більше зобов'язувало їх вивчати властивості чисел і далі ці властивості знаходити в речах. Такої думки про піфагорійців був і Аристотель. "Так звані піфагорійці, перейнявшись математичними науками, – говорить він, – вперше просунули їх вперед і, виховавшись на них, почали вважати їх початками усіх речей" [5, 26].

Але подібність багатьох властивостей чисел з досліджуваними об'єктами не означає їхнє ототожнення. На наш погляд, піфагорійці прагнули за допомогою чисел виразити сутність речей, але не ототожнювати їх. Гасло "усе є число" чи "усе з чисел" – це, швидше за все, прагнення показати значимість математики, її числової характеристики в дослідженні властивостей об'єктів світобудови. Про це ясно говорить Стобей, посилаючись на твір Теано "О благочестии": "Багато хто з еллінів, як мені відомо, гадають, ніби Піфагор твердив, що все народжується з числа. Але це вчення викликає подив. Яким чином те, що навіть не існує, мислиться тим, що породжує? Насправді він говорив, що все виникає не з числа, а згідно з числом, оскільки у числі – перший порядок, з причетності до якого і в зчислених речах встановлюється дещо перше, друге тощо" [1, 149-150]. Але піфагорійці числам і математичним абстракціям приписували занадто велику самотійність, що заводило їхнє вчення в містику.

Теорія гармонії й містика числа дістали своє втілення в піфагорійців у теорії музики, акустиці. Найбільш невловиме явище в той час – звук виявився просторово обмірюваним за допомогою числа, опинився в полоні чисел, тому що його закономірності вимірюються числом. Це знову наводило їх на думку, що число, його втілення в закономірності оточуючого світу, є сутність усього, серцевина світу.

Піфагорієць Філолай уперше побудував геометричну модель сонячної системи, у центрі якої помістив Світовий Вогонь, навколо якого обертаються за концентричними колами небесні планети: Протиземля, Земля, Місяць, Сонце, Венера, Меркурій, Юпітер, Сатурн. Далі йшло небо нерухомих зірок і божественний Олімп, що підперізував небесну сферу. Піфагор висловив положення про сферичність Землі, а піфагорієць Ексфант учив, що Земля обертається навколо своєї осі, а рух Небозводу і зірок навколо Землі – уявний. Піфагорієць Евдокс Кнідський внаслідок математичних обчислень установив, що Сонце значно перевищує розміри Землі, тому така величезна куля не може обертатися навколо Землі, навпаки – Земля повинна обертатися навколо Сонця. Ці здогади і математичні розрахунки піфагорійців привели Аристарха Самосського (кін. IV ст. – I пол. III ст. до н.е.) до побудови геліоцентричної (сонячної) системи світу. "Не треба забувати, – говорить Т.Гомперц, – що усталене уявлення про суворий, владний космос, порядок і закономірність у піфагорійських колах могло спиратись тільки на геометричні, арифметичні, а також у зв'язку з акустикою, що є вихідним пунктом їх природознавства, на музичні відношення. За цими останніми були визнані абсолютна простота, симетрія та гармонія" [6, 104].

Піфагорійці великого значення надавали гармонійно розвиненій особистості, при цьому велике значення приділяли вивченню анатомії, кровообігу, нервової діяльності людини, життя тварин і рослин. Велике значення надавалось запобіжній медицині, дієті харчування, профілактичним і гімнастичним вправам. Відсутність хвороб вони вважали особливим станом організму, що й досягається правильним режимом харчування, відпочинку, гімнастичними вправами. Досягнення такого стану піфагорійці прагнули зводити до теорії гармонії, вважаючи, що в організмі все повинно бути у певній пропорційній залежності, і порушення її приводить до хвороб.

Один з помітних лікарів-піфагорійців Алкмеон у своїй книзі "Про природу" в центр уваги ставив людське тіло. Він проводить паралель між вічно безсмертним космосом і безсмертною людською душею

(псюхе). Душа людини перебуває у вічному круговому русі. За Алкмеоном, людський організм є не тільки моделлю космосу, але й людського суспільства та держави. Демократичний устрій він розглядав як нормальний, здоровий стан організму, а монархію – як превалювання одного з факторів організму, що приводить до хворобливого стану. Ці положення Алкмеона наклали свій відбиток на вчення Платона й Аристотеля.

Обожнюючи числа і їхні відношення, піфагорійці вважали все, що можливо пізнати за допомогою чисел, – раціональним, істинним і справедливим, а те, що неможливо, – фальшивим, нерозумним, ірраціональним. "А фальші зовсім не допускають природа числа і гармонія, бо вона їм не властива. Фальш і заздрість притаманні природі безмежного, незбагненого та ірраціонального", – говорить Філолай [1, 443].

Використовуючи число, математичні абстракції, піфагорійці будували парадигму наукового знання і числову філософію і з їх допомогою прагнули пізнати абсолютну істину. Древній історик Ямвліх, характеризуючи їхню наукову діяльність, пише: "Піфагорійці, присвятивши себе заняттям математикою і закохавшись у точність (математичних) суджень, оскільки з усіх (мистецтв), якими тоді займалися люди, тільки одна (математика) мала докази, а також, вбачаючи, що гармоніка, арифметика, оптика та наука про фігури рівною мірою узгоджуються (між собою), вирішили, що ці (математичні предмети) та їх начала – причини усього сущого" [Там само, 470].

З огляду на таку загальність, доказовість математичних побудов і їхні парадигмічні властивості піфагорійці широко використовували їхні побудови для вивчення об'єктів всесвіту. Безсмертна заслуга і науковий подвиг їх полягає в тім, що їхній геній уперше вказав шлях до збагнення сил природи за допомогою математики, математизації наукового знання й остаточного панування людини над цими силами. Піфагорійці заклали основи дедуктивної математики, астрономії, акустики, теорії музики, біології, медицини, державного устрою, системи навчання й виховання молоді, філософії. Ці основи справили значний вплив на мислителів наступних поколінь. З учення Піфагора про число як "сутність усіх речей" безпосередньо впливає ейдетична система Платона. Математичний атомізм піфагорійців став основою для зародження фізичного атомізму Левкіппа-Демокрита. Негеліоцентрична піфагорійська система світу стала парадигмою в побудові геліоцентричної системи світу Аристархом Самоським.

Але піфагорійська числова система одержала різкий осуд з боку Геракліта Ефеського: "Багатознання не навчає розуму", – і, далі, критикуючи різнорідну наукову діяльність Піфагора, говорить: "Піфагор, Мнесархів син, займався збиранням відомостей більше за усіх людей на світі і, насмикавши собі чужі твори, видав за свою власну мудрість багатознання і шахрайство" [1, 196].

Геракліт, на противагу піфагорійському числу, у своїй філософській системі прийшов до ідеї вічної, постійно мінливої матерії. Це – свого роду певний Логос, як сталість вічної мінливості, "παυτα τει", – говорить Геракліт.

Філософська система Платона виникла як певний синтез піфагорійської числової філософії й гераклітівської мінливої матерії. Платон, оперуючи уявними ідеями як реальними, приводить мислителя до побудови ідеальної картини світу. З'єднавши піфагорійське ідеальне число з гераклітівським рухом, він приходить до своєрідної діалектики зміни й розвитку. Платон мав велику уяву. У ньому злилися щонайменше два таланти: талант художника-поета й талант філософа-мислителя. Уява як форма побудови світогляду, як найвища пізнавальна сила може привести, вивести міфологічний світогляд до філософії; і уява може стати джерелом оман і привести до релігійного світогляду. "Платон, малюючи свій занебесний світ ідей, розкривав мовою уяви діалектичні смисли світу, надаючи їм морального буття, – говорить Я.Е.Голосовкер. – Аристотель, своїм трактуванням надавши платонівським ідеям субстанційності і перетворивши занебесний світ ідей, тобто світ символів, у світ метафізичний, тим самим на тисячоліття перевернув Платона" [7, 151].

Платон і його філософія є породженням свого часу, його привела до цих ідей сама грецька дійсність. Гранична напруга духовних і фізичних сил кожного члена суспільства, доведення їх до абсолюту приводили мислителів до ідеї створення абсолютних недосяжних ідей, до яких спрямовувалися погляди членів суспільства. Але встановлення межі, наближення її до певної постійної величини – фактично недосяжне. "У такому сенсі ліміт є іррелевантним як недосяжний принцип того чи іншого становлення", – говорить А.Ф. Лосєв [8, 108].

Світ ідей у Платона набув абсолютної самотійності як світ речей. Цей процес у Платона відбувається за посередництвом математичних фігур, що займають певне проміжне положення між світом речей і світом ідей. Ідеї, за Платоном, являють собою граничні положення, граничні властивості речей.

Критика піфагорійської спадщини софістів, елеатів, Зенона Елейського в можливості одержання об'єктивного знання, проблема обґрунтування математичного знання виявилися тісно пов'язаними з проблемою наукового знання. Цими проблемами зайнявся Платон. Ідучи за піфагорійцями, Платон вважав математику зразком наукового знання і за допомогою математики він прагнув провести обґрунтування всього наукового знання. За допомогою геометрії, геометричних образів Платон прагнув до пізнання вічного буття, "... геометрія, – говорить він, – це пізнання вічного буття... вона прилучає душу до істини і впливає на філософську думку, спрямовуючи її у височінь ..." [9, 33]. Як бачимо, геометрія, арифметика й математика в цілому стали основою й у побудові платонівської філософської системи, "... наука зароджується раніше філософії. Ще давньогрецький філософ Платон звернув увагу на те, що саме число і лічба вчать людину міркувати" – говорить А.Н. Чанишев [10, 19].

Фактично вся теорія пізнання Платона має математичну абсолютизовану основу, відірвавши від об'єктів дійсності їхні математичні форми і спрямувавши їх до пізнання ідеальних об'єктів – ейдосів, вважаючи їх об'єктивно істинними, незмінними сутностями. При вивченні світобудови можливе наближення до істинних речей і явищ. Академік А.Ф. Лосєв при дослідженні процесів і явищ природи приходив до граничного переходу. Поняття межі функції – "Ця іррелевантна значимість речі є межею речовинного життя речі", – говорить він [8, 108]. Цей процес у формалізованому вигляді в математиці представлений межею функції, що "... ніколи недосяжна для величин, наближуваних, але попри все він врядує цим становленням речей" [Там само].

Як бачимо, межа досліджуваного процесу відіграє у філософії Платона роль недосяжного абсолюту, абсолютної істини. "Істина відіграє в науці роль "абсолюту", – говорить Чанишев, – будь вона навіть неможливою тільки як гіпотеза" [11, 22].

Платонівська постановка питання досягнення істини в теоретичних побудовах відігравала величезну позитивну роль у класичний період, коли необхідно було обробити колосальний емпіричний матеріал і побудувати систематизовану теоретичну математику. Платон суворо критикує тих, хто звертається до наочності, креслення, емпірії, вважаючи це ненауковим методом.

Треба думати, що ідеї Платона, які привели до таких широкомасштабних побудов, далеко не повно вивчені і не

використані в теоретичних побудовах, їх чекають нові дослідження й побудови.

Подальший глибокий філософський аналіз математичного пізнання провів Аристотель. Його філософська система докорінно відрізняється від філософії Платона. Він схильний "до деталізації усієї філософської проблематики і до докладного опису термінологічних розбіжностей, що мають місце" [8, 68]. Аристотель часто відмовляється наводити різного роду субстанціональні узагальнення й обмежується дослідженням поодиноких явищ. Але він "... не заперечує категоріальної субстанційності загального, а навпаки, вважає науковим тільки таке пізнання, яке здатне в усьому одиничному знаходити загальні принципи" [Там само, 68-69]. Аристотель не розглядає саму по собі ідею, він розглядає її причинно-наслідкову потенцію, її енергійно-потенційне становлення. "Тому аристотелізм, – говорить А.Ф. Лосєв, – є вчення про потенційно-енергетичну і ейдетично породжуючу ентелехію" [Там само]. Енергетичною першопричиною він вважає світовий розум – Нус. Ця ентелехійно-енергетична система Аристотеля не стільки розглядає саму ідею в її платонівському розумінні, вона досліджує сам процес її становлення. Усяку річ – ейдос – Аристотель розглядає як якесь – щось. Уся світобудова, за його вченням, складається з цих щось. "Весь космос тому також є грандіозний ейдос, котрий є ейдосом усіх ейдосів, тобто ідеєю усіх ідей". [Там само, 71]. Але такий ейдос усіх ейдосів Аристотель назвав всесвітнім "розумом розумів", що є першорухієм.

Якщо розглядати у певній пізнавальній послідовності ейдетичні загальнокосмічні енергетичні процеси, то будемо переходити від ідей нижчого порядку до ідей вищого порядку – до ідей ідей. Цей процес нескінченний, досягти його межі неможливо.

Аристотель розробив щонайменше два основних питання в побудові загальнонаукового знання: провів глибокий філософський аналіз філософських систем, що існували до нього, і показав, на базі яких математичних теорій вони побудовані; і друге, не менш важливе – побудував системи наукового знання – формальної логіки, розробив основу теорії доказу і використав ці теорії в дедуктивних побудовах.

Аристотель дає визначення математики, вводить розбіжності між загальними математичними положеннями і конкретними (арифметики, геометрії, астрономії). Загальноматематичні положення, як і загальнофілософські, вивчають загальні питання суцього, а конкретні розділи математики займаються конкретними питаннями. Аристотель розмежовує математичне й філософське розуміння

кількості. Філософське визначення кількості покликане розкривати його сутність у взаємозв'язку з іншими філософськими категоріями. Математик не дає "ніякого обґрунтування для суті предмета, а виходить з неї", – говорить Аристотель [11, 80]. Вихідний зміст предмета математики визначається системою начал, що включає вихідні визначення, аксіоми, постулати, пропозиції. На підставі цих першооснов дедукується послідовність вихідних положень. Процес логічного виведення регламентується принципами несуперечності й незалежності. Принцип повноти в Аристотеля не має чіткого формулювання. Ці принципи математики були закладені Аристотелем і при побудові формальної логіки. "Головне досягнення Аристотеля у логіці – це створення теорії силогістичного умовиводу і обґрунтування на ній концепції доведення" [12, 63].

До Аристотеля окремі логіко-дедуктивні побудови розроблялися різними мислителями, але не була розроблена логічна наука про закони правильного мислення як самостійна теорія. Сам Аристотель з цього приводу говорить: "... і в ораторському мистецтві було багато чого і давно сказане. Що ж до вчення про силогізми, то ми не знайшли нічого такого, що було сказано до нас, а мусили самі створювати його з більшою затратою сил і часу" [11, 593].

Аристотель визначив предмет логіки як окрему, самостійну науку. "Передусім слід сказати, про що дослідження і справа якої воно науки: воно про ведення, і це справа науки, яка доводить", – говорить Аристотель [13, 119]. Далі він визначив посилення, силогізм (досконалий, недосконалий) й інші положення. Він сформулював три закони логіки (тотожності, протиріччя, виключеного третього). Четвертий закон достатньої підстави в явному вигляді не представив, хоча в його навчанні він присутній (він був згодом сформульований Лейбнецем при побудові математичної логіки).

Формальна логіка Аристотеля, як розділ філософії, була створена за зразком математичних методів доведення й оформилася в самостійну теоретичну науку як теорія доведення для математики, механіки, фізики, ораторського мистецтва, судової практики й інших наук. Вона дістала статус загальнонаукового знання. "Я думаю, – говорить Лейбніц, – що винахід силогістичної форми – один з найчудовіших і навіть найважливіших винаходів людського духу. Це свого роду універсальна математика, усе значення котрої ще недостатньо зрозуміле" [14, 492-493].

З огляду на великий вплив математики на побудову формальної логіки, силогістичної системи Аристотель відзначає: "...математика стала для сучасних мудреців філософією" [11, 90]. Такий

раціоналістичний підхід у побудові наукового знання став парадигмою для побудови дедуктивних теорій мислителів наступних поколінь. Уперше ця теорія доведення була використана Евклідом при побудові своїх знаменитих "Начал", після чого всі попередні математичні видання втратили свою цінність. Ця логіко-силогістична система стала загальноновизнаною в побудові наукового знання всіма мислителями наступних поколінь.

ОЗНАКИ ВИЧЕРПАНOSTІ МАТЕМАТИЧНИХ ТЕОРІЙ І ЇХНЄ ФІЛОСОФСЬКЕ ОБГРУНТУВАННЯ

Важливою особливістю сучасного філософського осмислення математичних теорій є усвідомлення й обґрунтування тих принципів, які приводять до так званих кризових явищ. Криза математичних побудов, розглянута в історичній ретроспективі, свідчить про його найглибші підстави. Проблеми, що виникають у вигляді протиріч єдиного й множинного, елементності й множинності, пов'язані з апоріями Зенона, атомізмом Левкіппа-Демокрита, формуванням диференціального й інтегрального обчислення, теорії множин та інші настійно вимагали й вимагають свого теоретичного пояснення й практичного розв'язання.

Ціла плеяда видатних учених протягом усієї історії формування й розвитку математики і її філософського обґрунтування працювали над розкриттям причин виникаючих протиріч. Так, над проблемами несумірності працювали пізні піфагорійці, математики класичного періоду Архит Тарентський, Евдокс Книдський, Феодор Киренський, Теетет Афінський. Глибокому філософському аналізу розвиток математики цього часу піддали Платон [12] і Аристотель [5]. Розкриттю виникаючих протиріч у наступні століття приділили увагу такі видатні європейські вчені, як Б. Рассел, Г. Флобер, Бураліфорті, Г. Вейль, К. Гедель, Е. Нагель, Д. Ньюмен, Н. Н. Лузін та інші.

З огляду на значимість цих питань для подальшого розвитку теоретичного знання й практики, багато сучасних учених присвячують свої праці осмисленню цих проблем. Велика увага зокрема приділена аналізу виникаючих протиріч у дедуктивних побудовах Н. П. Бобкова [10], О.І. Кедровського [7], В. А. Панфілова [13], І.З. Цехмістро [11] та інших. Цій тематиці автор даної статті також присвятив ряд робіт: "Математична спадщина Еллади", "Розвиток раціональності в античній математиці й філософії", які

були опубліковані у різних наукових журналах і збірниках наукових праць.

Попри багатовікове прагнення дослідників вчасно розкривати сутність виникаючих протиріч у сфері математики, дотепер у ній є ряд проблем, що вимагають найглибшого пророблення й осмислення. Одна з них полягає в необхідності виділення характерних рис, які приводять до суперечливої інтерпретації фактів різних форм і видів буття, до тези про вичерпаність математичної теорії.

Долучаючись до вирішення названих проблем і ми, спираючись на праці античних і сучасних учених, спробуємо сформулювати основні ознаки вичерпаності математичних теорій, виділити в них характерні риси, які зумовлюють нерозв'язні протиріччя і наступний пошук шляхів виходу із кризових станів теоретичного знання.

Протягом тисячоліть математичні теорії створювалися спочатку на емпіричній основі, установлюючи взаємозв'язок між основними закономірними положеннями. Далі відбувалися спроби встановлення взаємозв'язків між математичними теоріями. Із часів мілетців і піфагорійців поширилася думка, що якщо математичне твердження дедуктивно доведене, то воно істинне. Ці форми дедуктивного доказу перевірялися в різних розділах наукового знання: арифметиці, геометрії, астрономії, гармоніці – теорії музики. У процесі свого розвитку математичні теорії вирішували завдання емпірії, практики, чим установлювали взаємозв'язок із зовнішнім світом. Зв'язок між математичними дисциплінами встановлювався положеннями загальноматематичного характеру. Ці положення були тими сполучними лініями, які, з'єднуючи математичні теорії й розділи, створювали певну цілісність, іменовану загальною назвою математика.

У побудові доказової теорії за основу брався принцип несуперечності, що відіграв визначальну роль при переході від емпіричної побудови наукового знання до теоретичного. Фактично цей принцип став своєрідним фільтром у перевірці й доказі всіх емпірично отриманих фактів. Якщо емпірично отримані факти дедуктивно не підтверджувалися, то вони відкидалися. Це була перша широкомасштабна перевірка істинності отриманих наукових результатів. Подальший розвиток наукового знання відбувався в руслі дедуктивного доказу.

У дедуктивному доказі вперше прийшли до протиріччя, пов'язаного з доведенням теореми Піфагора в загальному вигляді ($c^2 = a^2 + b^2$ – квадрат гіпотенузи прямокутного трикутника дорівнює сумі квадратів його катетів). Подібна залежність між трійками чисел була

відома вже єгиптянам за 1000-1500 років до Піфагора, це так званий єгипетський трикутник $5^2 = 4^2 + 3^2$. Підбиралися й інші трійки чисел, складалися формули для знаходження трійок чисел: якщо m – непарне число, тоді інші два числа мали вигляд $\frac{m^2-1}{2}$ і $\frac{m^2+1}{2}$ і відповідали теоремі Піфагора:

$$m^2 + \left(\frac{m^2-1}{2}\right)^2 = \left(\frac{m^2+1}{2}\right)^2; \quad m^2 = \left(\frac{m^2+1}{2}\right)^2 - \left(\frac{m^2-1}{2}\right)^2;$$

$$m^2 = \left(\frac{m^2+1}{2} + \frac{m^2-1}{2}\right) \left(\frac{m^2+1}{2} - \frac{m^2-1}{2}\right); \quad m^2 = \frac{2m^2}{2} \cdot \frac{2}{2}; \quad m^2 = m^2.$$

Наприклад, $m=3$, тоді $\frac{3^2-1}{2} = \frac{9-1}{2} = 4$; $\frac{3^2+1}{2} = \frac{10}{2} = 5$, одержуємо 3,4,5.

Далі, нехай $m=5$; $\frac{5^2-1}{2} = 12$; $\frac{5^2+1}{2} = 13$.

Одержуємо 5, 12, 13.

$$13^2 = 12^2 + 5^2, \quad 169 = 144 + 25.$$

Усе виходило без протиріч доти, доки теорему розглядали в межах цілих чисел і їхніх відносин. Протиріччя виникло не в самій залежності $c^2 = a^2 + b^2$, а у філософських підставах піфагорейської математики. Розглядаючи окремий випадок $a = b = 1$, піфагорійці вперше одержали $12 + 12 = c^2$; $c^2 = 2$.

За своєю природою це число відрізняється від тих, якими користувалися піфагорійці $\frac{m}{n}$. Користуючись натуральними числами і їхніми відносинами, вони намагалися пояснити всі об'єкти світобудови – "усе є число" і "усе узгоджується із числом". Але ця залежність $c^2 = 2$ привела до нових чисел, які не могли бути представлені відношенням двох цілих чисел, де $\left(\frac{m}{n}\right)^2 \neq 2$. Виникла теорема: не існує раціонального числа, квадрат якого дорівнює двом. Але в чому ж тут протиріччя? Протиріччя полягало в тому, що його геометричний об'єкт є гіпотенуза прямокутного трикутника c , а її квадрат $c^2 = 2$. Але у піфагорейській математиці ще не були відкриті ірраціональні числа виду $c = \sqrt{2} \approx 1,414...$ – безкінечний десятковий

неперіодичний дріб, а серед раціональних безкінечна рівність $\left(\frac{m}{n}\right)^2 \neq 2$.

Згідно з існуючою термінологією, така невідповідність між геометричним відрізком і неможливістю його вираження за допомогою раціональних чисел було названо кризою підстав математики й всієї піфагорейської філософської системи.

До факту доведення теореми Піфагора всі геометричні об'єкти й фізичні явища могли бути виражені за допомогою числа. Навіть теорія музики розроблялася на математичній основі. Таке невловиме поняття, як звук, могла бути виражена за допомогою числа, а гіпотенуза не могла. Це положення в піфагорейській числовій філософії паралізувало усі подальші пошуки. Було ухвалено рішення не надавати розголосу цьому кризовому явищу.

Однак прихильник демократії в піфагорейській громаді Гіппас Метапонтський був іншої думки, він вважав, що наукові відкриття варто публікувати й обговорювати відкрито. Існує версія, що цю теорему, іменовану теоремою Піфагора, у загальному вигляді довів не Піфагор, а Гіппас, тому що саме він у піфагорейській громаді був професійним математиком. Саме він опонував Піфагору по математичних теоріях і побудовах. З огляду на все це, існує припущення, що саме Гіппас і оприлюднив це не пояснене явище про піфагорейську числову філософію, у результаті чого вона зайшла в глухий кут. Нагадаємо ще раз, у чому полягає суть протиріччя нерозв'язного для того етапу розвитку математичного знання: гіпотенуза як геометричний відрізок існує, але їй неможливо поставити у відповідність число, якщо користуватися безліччю раціональних чисел.

За таку провину Гіппаса було вигнано із грецької громади й оголошено "небіжчиком". Незабаром він загинув в аварії корабля. У зв'язку із чим піфагорійці згодом зробили висновок, що він поніс заслужену кару.

Покарання покаранням, але як бути з таким положенням, з яким зіштовхнулися піфагорійці: неможливо виміряти діагональ квадрата за допомогою його сторони. Після першої ірраціональності $\sqrt{2}$ як з рога достатку з'являються інші – $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$ тощо.

Відрізки, які дорівнювали діагоналі квадрата $\sqrt{2}$, подвійного квадрата $\sqrt{5}$, відомі були ще єгиптянам. Вони були отримані емпірично при побудові квадрата зі стороною, що дорівнювала одиниці виміру, далі проводили діагональ і за допомогою циркуля наносили довжину діагоналі на мірну дощечку. Після чого на перший

квадрат ставили другий і одержували прямокутник, у якого одна сторона дорівнює одиниці, а друга – двом. Така фігура називалася подвійним квадратом, його діагональ, рівна $\sqrt{5}$, не обчислювалася, а вимірювалася, і наносилася на мірну лінійку за допомогою циркуля. Цією мірною лінійкою єгиптяни користувалися при будівництві різних споруд.

Піфагорійці пішли іншим шляхом. Вони стали обчислювати довжини відрізків і площ плоских фігур, створюючи тим самим геометричну алгебру. Маючи відрізок довжини a , вони будували квадрат, площа якого дорівнює a^2 , далі на відрізку b будували b^2 , на відрізку c – c^2 . Отже, на сторонах прямокутного трикутника будувалися квадрати, між якими встановлювалася залежність $a^2 + b^2 = c^2$.

Після доведення теореми Піфагора в загальному вигляді й одержанням числа, що дорівнювало $\sqrt{2}$ у сучасному поданні, Феодор Киренський склав цілий ряд ірраціональностей $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, ... $\sqrt{17}$, будуючи на гіпотенузі прямокутного трикутника новий прямокутний трикутник, у якого один катет дорівнював діагоналі попереднього квадрата, тобто $\sqrt{2}$, а другий дорівнював одиниці, тоді гіпотенуза отриманого вже прямокутного трикутника дорівнювала $\sqrt{3}$. Продовжуючи цей процес, Феодор Киренський отримав цілий ряд так званих ірраціональних чисел, які не можна виразити за допомогою відносин $\frac{m}{n}$, тобто раціональних чисел.

Потрібні були нові підходи в побудові математичних теорій, зокрема належало розширити поняття числа до безлічі дійсних чисел. Стримуючим фактором у цьому розвитку був консерватизм філософії Платона, що визнавав у побудові наукової теорії тільки умоглядні науки, без використання практичних, емпіричних і механічних засобів. Дослідники були змушені споглядати область осягнутого розумом за допомогою розуму, а не відчуттів. Але велике значення умоглядності геометричних прийомів і дій, операцій і процедур "не знімає їхнього розумового характеру, прикордонного положення між фізикою й філософією", – справедливо відзначає В. А. Панфілов [13, 6].

Перед математиками відкрився новий, раніше невідомий клас чисел, невдало названих ірраціональними, які не можна було виразити за допомогою старої форми – відношенням двох цілих чисел $\frac{m}{n}$. Досліджувати їх почав Евдокс Кнідський – геніальний учень Архіта Тарентського.

Евдокс відмовився від піфагорейського арифметичного поняття числа й увів геометричне поняття величини. Цим нововведенням він перевів математику з арифметичного дискретного поняття числа на геометричну континуальну основу. Але цей новий невідомий і незрозумілий клас чисел необхідно було вивчити, зіставивши їх з раціональними. Евдокс розробив метод відносин, що являв собою ряд відносин, що збільшуються $\frac{m_1}{n_1}, \frac{m_2}{n_2}, \dots, \frac{m_k}{n_k}$, які наближалися до цього "магічного" ірраціонального числа ліворуч і праворуч. При цьому відрізок-величина розглядався як такий, що розтягується й стискується послідовністю раціональних чисел, які наближаються до ірраціонального числа за недоліком й за надлишком. У модернізації ці побудови приводять до поняття межі числової послідовності, де межею виступає ірраціональне число. Це був перший випадок в історії математики раціоналізації ірраціонального числа, вираження його через послідовність раціональних чисел.

Цим методом відносин Евдокс увів у математику рух дискретного числа в безперервному просторі, названому геометричною величиною. Але від дискретної числової послідовності перейти до ірраціонального числа – означає пройти весь безперервний відрізок або, що те ж саме, перейти від потенційної до актуальної безкінченності. Аналізуючи шосту книгу "Начал" Евкліда, де Евклід помістив теорію відносин Евдокса, Д. Д. Мордухай-Болтовський коментує: "Звичайний прийом, який нас сьогодні у цьому переконує, полягає в неявному застосуванні поняття межі" [1, с. 412].

Якщо розглядати ірраціональні числа як граничні значення числових відносин, то виходить у найпростішому варіанті "метод вичерпання". Вичерпавши весь числовий ряд відносин, одержуємо граничне його значення – ірраціональне число. Своїми дослідженнями й побудовами теорії відносин Евдокс показав, що "величина" може виражатися як раціональними, так й ірраціональними числами. Така побудова привела Евдокса до висновку, що для повного подання геометричної "величини" недостатньо одних раціональних відносин, існують ще й ірраціональні числа. Цей клас чисел має іншу природу, вони не можуть бути виражені відношенням $\frac{m}{n}$ і у сучасній модернізації являють собою нескінченні десяткові неперіодичні дробі.

Розглядаючи відрізки прямої як безупинно змінювані величини, Евдокс дійшов висновку, що вони можуть бути обмірювані за

допомогою того самого відрізка з будь-яким ступенем точності. П'ята книга "начал" Евкліда присвячена теорії відносин Евдокса. Евклід перед доказом 25 пропозицій, що становлять теорію відносин Евдокса, формулює 18 визначень, які становлять основу теорії відносин. Отже, наведемо деякі найбільш важливі із цих визначень:

1. Частина є величина <від> величини, менша <від> більшої, якщо вона вимірює більшу.

2. Кратне ж – більша <від> меншої, якщо вона вимірюється меншою.

3. Відношення є деяка залежність двох однорідних величин за кількістю (1, 2, 3,4).

4. Величини ж, що мають те ж саме відношення, нехай називаються пропорційними.

5. Коли ж три величини пропорційні, то говорять, що перша до третього має подвійне відношення першої до другого [2, с. 142-143].

Дев'яте із цих визначень дає визначення безперервної пропорції, що може бути представлена у вигляді: $a:b = b:c$.

Складаючи систему відносин, Евдокс суцільно заповнює відрізок системою безперервних відносин і робить перехід від дискретного до безперервного. "Побудована Евдоксом теорія величин, – зауважують дослідники, – одне з найбільших створінь математики за всю її історію" [3, с. 194].

Ця теорія поклала кінець першій кризі, що виникла у філософії числа піфагорійців. Математика, теоретичне природознавство й філософія перейшли з дискретної арифметичної на континуальну геометричну основу. "Навчання Евдокса про несумірність (п'ята книга "Начал" Евкліда) в основному збігається із сучасною теорією ірраціональних чисел висунутою Ю. Дедекіндом у 1872 р." [3,с.194].

На наш погляд, це не вповні обґрунтований висновок коментаторів. Не теорія Евдокса збігається з теорією ірраціональностей, а навпаки, теорія ірраціональностей Ю. Дедекінда збігається з теорією величин Евдокса, тому що теорія ірраціональностей Ю. Дедекінда побудована на базі теорії величин і являє собою її сучасний виклад.

Що стосується самої "кризи", то, на наш погляд, не треба моменти, що виникають у результаті розвитку математики й філософії, трактувати, як щось каузальне, гальмуюче розвиток наукового знання. Навпаки, такі явища служать симптомами, сигналами про вичерпаність існуючої теорії, і виникає необхідність її перегляду й побудови нової теорії для розв'язання протиріч, що виникли між старою теорією й новими проблемами. Ці протиріччя є

своєрідними регулятивами, які мають налаштовувати дослідника на встановлення того, наскільки стара теорія відповідає вирішенню тих завдань, які ставить перед дослідником загальнолюдська практика.

Не менш важливе значення в геометричних дослідженнях мала інша теорія Евдокса – його "теорія вичерпання", яку можна вважати продовженням або прямим наслідком першої його теорії – "теорії відносин". Вона будувалася Евдоксом на базі відносин відрізків, при рішенні задачі знаходження загальної міри. "У геометрії Евдокс, – відзначає Б.Л. Ван дер Варден, – створив метод вичерпання, що для Архімеда був єдиним строго науковим методом визначення площ і обсягів криволінійних фігур і тіл" [4, с.20].

Ця теорія вичерпання Евдокса дійшла до наших днів також завдяки "Началам" Евкліда (у другій половині XI й XII книг). Цим методом Евдокс довів наступні теореми:

1. Площі двох кіл відносяться як квадрати їхніх діаметрів.
2. Обсяги двох трикутних пірамід з рівними висотами відносяться як площі їхніх підстав.
3. Конус дорівнює третій частині циліндра з тією ж підставою й з тією ж висотою.
4. Обсяги двох рівновеликих конусів або циліндрів відносяться як площі їхніх підстав.
5. Обсяги подібних конусів або циліндрів відносяться як куби їхніх діаметрів.

Сучасний доказ відносин уписаних (описаних) багатокутників, що дорівнюють відношенню квадратів діаметрів окружностей, засновано на теоремах і методі вичерпання Евдокса. Розвиток математики змінних величин, аж до сучасного її викладу, також відбувався за напрямком, який визначив "метод вичерпання" Евдокса.

В основу методу вичерпання була покладена аксіома Евдокса (часто в науковій літературі фігурує як аксіома Архімеда). "Якщо від деякої величини відняти більше половини, від залишку теж відняти більше половини і так далі постійно, то можна одержати залишок, менше будь-якої заданої величини" [4, с.20]. Цю аксіому Евдокс застосовує при обчисленні площі круга і його частин. Так, щодо кола і його частин Евдокс доводить теореми: "Площа трикутника, уписаного в сегмент, більше площі цього сегмента" і далі "різниця між площею круга й площею вписаного в це коло багатокутника при необмеженому подвоєнні числа сторін останнього може бути зроблена менше будь-якої заданої величини" [4, с.20].

Теорію відносин Евдокс поширює на змінні величини, і цим він впритул підходить до сучасної нам теорії меж: "якщо дві змінні

величини перебувають увесь час в однакових відносинах, то в тих же самих відносинах будуть перебувати і їхні межі, так що, оскільки площі двох подібних уписаних багатокутників відносяться як квадрати діаметрів описаних біля них кіл, то, отже, площі цих кіл теж будуть відноситися як квадрати їхніх діаметрів" [4, с.20].

Побудовані Евдоксом теорії відносин і вичерпання визначили напрямок розвитку всієї вищої математики, ставши основою в побудові інфінітезимальних методів Архімеда й диференціальних та інтегральних методів, завершенням яких стали праці Ньютона й Лейбніця.

Але кризові явища виникли й у математиці змінних величин. Не таким вже й безхмарним був період завершення диференціального та інтегрального обчислення. Незрозумілим було поняття відносин нескінченно малих величин: $\frac{\Delta S}{\Delta t}$ та $\frac{\Delta y}{\Delta x}$. Кожна зі змінних величин $\Delta S, \Delta t, \Delta y, \Delta x$, має межею нуль, а їхнє відношення може бути будь-яким числом або функцією. На противагу теорії "флюксій" і "флюент" І. Ньютона виступив опонент – англійський архієпископ Дж. Берклі. Він брав відношення їхніх кінцевих результатів $\left(\frac{0}{0}\right)$, вважаючи їх як "ніщо ділимо на ніщо й одержуємо щось" і декларуючи як "догми нової математики". І якщо їх визнавати, то чому ж не визнавати догми релігії.

Нова математика в самій своїй основі зазнавала великих труднощів, закладений у її основі фундамент відносин нескінченно малих, їхнє граничне значення вселяли непевність у правильності отриманих результатів. Математика знову опинилася в кризовій ситуації. Потрібні були тонкі методологічні обґрунтування нової математичної теорії, аби розібратися в природі нескінченно малих величин і їхніх відносин. За логікою Аристотеля, необхідно встановити першооснови теорії. Їх повинен досліджувати той, хто добре знається на цьому, адже той, хто "має у своєму розпорядженні найбільше знання повинен могли вказати найбільш достовірні начала свого предмета". Як бачимо, дослідник має бути професіоналом не тільки у філософії, але й у прикладній науці. А якщо він здатний виконати таке виділення першооснов і їхніх узагальнень, то Аристотель вважає, що це "... і є філософ" [5, с. 125].

Розв'язанням другої кризи основ математики, пов'язаної з нескінченно малими, займалися багато видатних математиків і філософів. Вирішальну роль у її подоланні відіграли чеський математик і логік Б. Больцано, французький математик О. Коші та

німецький математик К. Вейерштрасс. Була вивчена природа нескінченно малих і їхніх відносин. При цьому розглядалися нескінченно малі вищих і нижчих порядків, і були виведені чотири види граничних відносин:

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = A$ — порівнянні однопорядкові нескінченно малі, і

окремий випадок — $\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 1$ — еквівалентні нескінченно малі;

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = 0$, $\alpha(x)$ — нескінченно мала величина більше високого

порядку малості, ніж $\beta(x)$;

$\lim_{x \rightarrow a} \frac{\alpha(x)}{\beta(x)} = \infty$, $\beta(x)$ — нескінченно мала величина більше високого

порядку малості, ніж $\alpha(x)$.

При обчисленні меж відносин розглядаються змінні нескінченно малі функції, які мають своєю межею нуль, але в процесі своєї зміни їхні відносини можуть набувати певних значень. Перед математичним і науковим світом постала широкомасштабна ясна картина про природу нескінченно малих і їхніх відносин, кризову ситуацію було подолано, граничні відносини стали широко використовуватися в різних теоретичних дослідженнях. Бар'єр невідомості був ліквідований, так звана друга криза основ математики була вирішена.

Третя криза основ математики була пов'язана з теорією множин. Ще Лейбниц, натхненний ідеєю створення "універсальної характеристики", намагався сконструювати таку логіко-математичну конструкцію, у якій виключалися б усі протиріччя. Це привело його до побудови математичної логіки. Але з розвитком теоретико-множинних побудов виникли й нові парадокси Кантора, Буралі-Форті, Рассела, Рішара й інших дослідників, які мали багато загального із давніми парадоксами типу "брехуна", "купи", апорій Зенона. Це націлило мислителів на встановлення причин появи парадоксальних явищ у теоріях. Так, Е. Каснер і Д. Ньюмен у статті "Загублений і знайдений парадокс" відзначають, що коли математик досліджує певні властивості об'єкта, те це безпечно, але парадокси виникають у результаті поширення цих властивостей на всі об'єкти. У результаті узагальнень математики домоглися найбільших успіхів, але такі узагальнення приводять і до парадоксальних явищ. Ф.Нейман причиною парадоксів вважає "елементність безлічі". Це означає, що з парадоксів є існування надмірних безлічей. Так, наприклад, безліч

усіх безлічей так само є безліччю, але чи є вона елементом надпотужної безлічі або входить до складу первинної безлічі?

Первинна, наївна теорія множин Г. Кантора потребувала строгої аксіоматичної побудови. Найбільш прийнятним видавався шлях повної формалізації аксіоматичної теорії, запропонований Д. Гільбертом. Щоб уникнути неточностей і двозначностей у доказах він вважав за необхідне формалізувати не тільки математичні символи й поняття, але й правила висновку. На його думку, математика має перетворитися на деяку сукупність формул, з яких одна переходить в іншу за визначеними правилами висновку. "Основна думка моєї теорії, – відзначає Д. Гільберт, – така: всі вирази, які разом утворюють математику, перетворюються на сукупність формул, ці формули відрізняються від звичайних формул математики тільки тим, що в них, крім звичайних знаків, зустрічаються також і логічні знаки" [6, с. 366]. Гільберт розраховував за допомогою своєї теорії доказу раз і назавжди покінчити з парадоксами.

Чи можна створити універсальну аксіоматичну систему, яка здатна була б довести або спростувати всі твердження даної теорії? У пошуках відповіді на поставлене питання було встановлено, що в ній існують нерозв'язні положення, щодо яких неможливо засобами даної системи встановити: виведені вони чи ні. Таке недовідне й незаперечне положення можна приєднати до даної системи аксіом a_1, a_2, \dots, a_n , і одержимо розширену $a_1, a_2, \dots, a_n, a_{n+1}$. Але й у розширеній системі аксіом можуть виникнути нерозв'язні протиріччя. Цей процес нескінченний, як нескінченне людське пізнання. У гонитві за істиною протікає процес виникнення й розв'язання протиріч. Необхідно вивчити ці процеси й ставитися до них спокійно, вважаючи їх обов'язковим фактором розвитку наукового знання [7, с.8].

Переконливо показав цей механізм розвитку аксіоматичних систем чеський математик і логік К.Гедель, довівши свої знамениті теореми (1931 р.) про несуперечність і неповноту аксіоматичних систем. У статті "Про формально нерозв'язні пропозиції Principia Mathematic і родинних систем" він показав неможливість реалізації Гільбертової програми повної формалізації всього математичного знання. Робота К. Геделя "дала математикам різучий і надто сміливий висновок, відповідно до якого можливості аксіоматичного методу певним чином обмежені... не можна довести їхні несуперечності, якщо не скористатися в доказі настільки сильними методами, що їхня власна несуперечність виявляється в ще більшому ступені підданій сумнівам, ніж несуперечність самої розглянутої теорії" [8, с.5].

Остаточний висновок з теорії К. Геделя полягає в наступному: "...ні про яку остаточну аксіоматизацію багатьох найважливіших розділів математики не може бути й мови, і не можна рішуче надати жодних надійних гарантій того, що багато важливих областей математики повністю вільні від внутрішніх протиріч" [8, с.5].

Реакція формалістів на теореми К.Геделя була приголомшливою. Глава формалістів Д. Гільберт говорив із цього приводу: "Треба погодитися, що стан, у якому ми перебуваємо зараз щодо парадоксів, довго тривати не може. Подумайте: у математиці – цьому зразку вірогідності й істинності – утворення понять і хід умовиводів, як їх усякий вивчає, викладає й застосовує, приводять до безглуздостей" [6, с.349].

У чому ж суть виникаючих протиріч, що приводять до "безглуздостей"? Парадоксальну ситуацію, на нашу думку, слід розглядати не як тривожний феномен теорії, а як закономірне явище, що є сигналом, симптомом нерозв'язності сформульованої пропозиції засобами даної теорії.

Розглянемо ці ситуації на прикладі теорії множин. Для розв'язання нової сформульованої пропозиції необхідно вийти за межі даної системи. Зважаючи на те, що усередині даної системи ця пропозиція недовідна, і її неможливо віднести ні до числа істинних, ні до числа помилкових пропозицій, то, приєднавши її або її еквівалент до числа "старої" аксіоматичної системи, одержуємо розширену аксіоматичну систему, що має більше виразних і доказових засобів і здатна розв'язувати проблеми нової теорії. "Антиномії теорії множин показують, що наївна концепція безлічі, що фігурує в канторівському "визначенні" безлічі й впливаючих з нього загальновідомих наслідків, не може бути задовільною основою теорії множин, не говорячи вже про математику в цілому" [9, с.31].

Безглузді в будь-якій математичній теорії виникають через те, що жодна математична теорія не може претендувати на загальність і здатність установлення систематичного зв'язку, що здійснюється всюди в природних явищах. Наукове зображення цих зв'язків і удавана побудова математичних конструкцій, що зображують ці зв'язки, – завдання непомірно складне й повною мірою не здійсненне. Не впадаючи в агностицизм і релятивізм, можна сказати, що уявне відображення об'єктивної дійсності в математичних конструкціях наближає нас до об'єктивної істини через безліч шаблів відносних істин.

У процесі вивчення об'єктів дійсності загальнолюдська практика ставить нові завдання перед дослідниками. Зважаючи на те, що жодна

теорія не може врахувати всіх завдань, які можуть бути висунуті практикою, виникають і нерозв'язні завдання за допомогою існуючої теорії, але не розв'язних взагалі. Для їхнього розв'язання не слід оголошувати кризу науки, наукового знання, а краще погодитися з положенням неможливості вирішення цих завдань за допомогою даної теорії, не кризи науки слід оголошувати, а вичерпання можливостей даної теорії. Парадокси, протиріччя й, в остаточному підсумку, кризи виникають тоді, коли старі теоретичні побудови застосовуються для розв'язання нових завдань, з якими доводиться зіштовхуватися в теоретичних і практичних завданнях [10, с.12].

Протягом двох з половиною тисячоліть, починаючи від піфагорійців, що висунули принцип несуперечності математичної теорії як основний принцип її існування, він є основним до сьогодні. Але проблема полягає в іншому. Проблемними були, є й будуть завдання, які нерозв'язні однієї й тією ж теоретичною системою. Це не протиріччя, а сигнал до створення нової теорії для вирішення нових завдань. У такій поступальній взаємодії теорії й практики розвивається загальнолюдське пізнання об'єктивної дійсності. Цей процес нескінченний, як нескінченно людське пізнання істини.

Отже, несуперечність теорії як основний принцип побудови теоретичного знання вперше в історії науки був сформульований піфагорійцями. Але позбутися цього протиріччя виявилось неможливо.

Протягом усього історичного шляху розвитку математики (і наукового знання в цілому) виникають протиріччя, які на різних етапах розвитку математики одержали назву першої, другої, третьої і т.і. криз основ математики. Спочатку вони мали деструктивний характер, з наступними негативними висновками, але надалі, з доказом теорем К. Геделя про неповноту аксіоматичної системи й несуперечності, було встановлено, що ці явища теорії слід вважати не "кризами", а "вичерпаністю" можливостей аксіоматичної системи.

Недовідність і неспростовність математичного твердження в даній аксіоматичній системі є своєрідними симптомами до створення нової розширеної аксіоматики, що приводить до породження нової математичної теорії.

МАТЕМАТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ МИСЛИТЕЛІВ КЛАСИЧНОГО ПЕРІОДУ

Ще до афінського класичного періоду математика сформувалася як самостійна наука, яка складалася з арифметики, геометрії, астрономії і гармоніки (піфагорійський квадрирум). Кожен з цих розділів мав власний предмет дослідження, встановлювався взаємозв'язок і залежність між математичними поняттями, об'єктами та їх відносинами. Математика здобула свій дедуктивний метод – якщо індуктивно отримані факти дедуктивно доводилися, то отримані результати вважалися дійсними.

Проте математика цього періоду не відрізнялася системністю будови. Мілетська і піфагорійська математика являла собою зразки доведень окремих теорем та розділів. Для її викладання і подальшого розвитку необхідно було систематизувати та структурно вибудувати наявні теоретичні розробки. Першу спробу створення такого систематичного курсу для викладання геометрії здійснив мислитель мілетської школи Анаксимандр.

Подальші спроби побудови систематичних курсів математики належать Гіппократу Хіоському, Феодору Кіренському, Архіту Тарентському, Евдоксу Кнідському та багатьом іншим вченим. Вони створили математичну основу для подальшого розвитку науки, теоретичного природознавства і філософії Давньої Греції. Розглянемо основний зміст їх математичних побудов.

У геометрії того часу проблемними були три базові питання: "Про квадратуру кола", "Про подвоєння куба" і "Трисекції кута". Кожен з математиків прагнув розв'язати ці задачі геометричним побудовами (за допомогою циркуля та лінійки).

Зосередивши свою увагу над вирішенням проблеми "Про подвоєння куба", Гіппократ звів цю стереометричну задачу до задачі планіметрії, яка полягала у знаходженні двох пропорційних величин X та Y , поміщених між двох заданих a та $2a$. При цьому складалася пропорція $a:x=x:y=y:2a$, вирішуючи яку отримували залежності $x^2=ay$ та $y^2=2ax$, звідки $x^4=2a^3x$; $x^3=2a^3$. Якщо x – ребро заданого куба, тоді y – ребро відшукованого і його об'єм у два рази більше об'єму заданого. Аналітично задача виявилася розв'язною, але потрібно було побудувати її геометрично. Неможливість цього вже значно пізніше висловлював Р. Декарт, а строге доведення було виконане французьким математиком П. Ванцелем лише у 1837 р.

Крім цього здійснюється спроба переходу від "площинних" чисел до "просторових", які складаються з трьох множителів x , y та z : $a:x=b:y=c:z$. Далі стереометрія визначається як "Нове мистецтво" зробити подібними два числа. Але якщо на площині ці два числа визначають прямокутник, рівновеликий квадрату, то з добутку трьох

чисел у просторі отримуємо просторове число, яке визначає рівновеликий йому куб. Отже, стереометрія вчить, що з кожного просторового числа можна будувати куб, а з відношення чисел – два куби, які взаємовідносяться подібно до будь-яких цілих чисел. Така побудова була основною задачею стереометрії.

Аналізуючи геометричні побудови цього часу Б.Л. Ван дер Варден відмічав: "Платон називає планіметрією те, що є, переважно, геометричною алгеброю піфагорійців.... Під стереометрією він розуміє узагальнення геометричної алгебри на тривимірний простір, тобто геометричну інтерпретацію обчислень з добутками з трьох множників. Перша нова задача, яка тут виникає, є вирішення простого рівняння третього ступеня $X^3=V$, тобто побудова куба заданого об'єму. Таким чином, з логічної точки зору це є центральною задачею стереометрії" [1, с. 196].

Але обчислювальні задачі з елементами алгебри мають більш давню історію і розпочинаються ще у Вавілонській математиці. Про це аргументовано стверджує Б.Л. Ван дер Варден: "Найважливіший результат цього дослідження полягає в тому, що все яснішою є лінія розвитку геометричної алгебри від вавілонян через піфагорійців до математиків платонової доби" [там само].

Другою "задачею давнини" була задача "Про квадратуру кола". Слідуючи піфагорійській традиції, зведення площі невивченої геометричної фігури до рівновеликої вивченої, поширилося і на квадратуру кола. Задачі обчислення площі круга і довжини кола давно вабили прадавніх вчених. Спробу розв'язання здійснив і Гіппократ Хіоський. Вирішуючи задачу обчислення площі "луночки" він зумів звести її до обчислення площі рівновеликого їй багатокутника. Але йому вдалося розв'язати цю задачу для часткового випадку, стосовно загального вона виявилася нерозв'язаною. Неможливою також виявилася задача побудови квадрата рівновеликого йому круга. Остаточний доказ її нерозв'язності здійснив німецький математик Ф.Ліндеман у 1832 р. Його доведення базувалося на трансцендентності числа π – саме тому ця задача нерозв'язна за допомогою "циркуля та лінійки".

До значних здобутків Гіппократа належить написання систематичного курсу геометрії (планіметрії). Цей підручник виявився більш вдалим, ніж написані Анаксимандром і Феодором Кіренським, тому він був узятий за основу Евклідом при написанні перших чотирьох книг "Початків".

Математика класичного періоду мала застиглу і незмінну форму, механіка як наука лише зароджувалася і не могла істотно впливати на

зародження та розвиток математики змінних величин; у той час як у філософії, починаючи з мислителів мілетської школи і, особливо, з Геракліта Ефеського, вся природа, її явища розглядалися у постійному безперервному русі, зміні і розвитку. Така невідповідність розвитку математики і філософії надзвичайно утруднювала загальнонауковий розвиток.

Аристотель у "Метафізиці" вводить чітке розмежування між науками про природу, пов'язаних з рухом і математикою постійних величин: "...деякі математичні науки розглядають свої предмети як нерухомі і як існуючі окремо, – говорить він. А якщо є щось вічне, нерухоме та існуюче окремо, то його, очевидно, повинна пізнавати наука умоглядна, однак воно повинне бути предметом не вчення про природу (тому що останнє має справу з чимось рухомим) і не математики, а науки, яка з обох є першою" [2, с. 181].

До математичних предметів, які вивчають вічне і нерухоме, Аристотель відносить арифметику і геометрію, а оптику, астрономію і гармонію – до математичних предметів, які вивчають мінливі об'єкти, безпосередньо пов'язані з матерією.

Але у математику цього періоду зрештою проникли деякі побудови, пов'язані з рухом. Так софіст Гіппій Елідський (5 ст. до н.е.) у результаті додавання двох рухів (обертання променя навколо точки і паралельного переміщення сторони квадрата) виводить першу трансцендентну криву – трактрису; Архіт Тарентський вирішуючи задачу подвоєння куба, вводить у математику механічні методи і креслення. Ці ідеї продовжують Евдокс Кнідський, Менехма, Теетет Афінський та інші математики. Розглянемо основні положення їх наукової спадщини.

Характерною особливістю наукової творчості Архіта, як було відзначено, було застосування механічних методів у математичних дослідженнях, введення в них руху і змінної величини, а також застосування математичних методів у механічних побудовах і при конструюванні машин. "Він перший досліджував механіку, використовуючи математичні принципи, – говорить Діоген Лаертський, – і вперше застосував механічний рух до геометричного креслення, коли перетином напівциліндра прагнув віднайти дві середні пропорційні, щоб розв'язати задачу про подвоєння куба" [3, с. 448].

Аналізуючи геометричні побудови Архіта Б.Л. Ван дер Варден відзначає: "На кресленні Архіта все перебуває в русі: його мислення є кінематичним. Вже у давнину помітили, що він увів у геометрію механічні методи. Потім ми бачимо, що він ...без будь-яких коливань

користувався принципом безперервності" [1, с. 211]. Цей принцип став основним у математиці змінних величин (якщо безупинно неперервно змінна величина спочатку більша, а потім менша за деяку задану величину, то вона у певний момент може їй дорівнювати). Архіт вперше цей принцип отримав і сформулював, вирішуючи задачу про подвоєнні куба як результат лінії перетину поверхонь обертання циліндра, конуса і тора. Рішення цієї задачі методом, запропонованим Архітом, викликає захват і подив навіть у сучасних математиків.

Так Б. Л. Ван дер Варден відзначає: "Хіба це не чудово? Архіта, напевно, осяяло істинно божественне натхнення, коли він винайшов цю побудову" [там само, с. 210]. Це було нововведенням у класичній математиці, у математику постійних величин вводився рух і змінна.

Проте механічні методи Архіта осудливо були сприйняті Платоном. "...Платон засуджував Евдокса, Архіта і Менехма за те, що вони намагалися звести подвоєння об'єму до органічних і механічних конструкцій, оскільки тим самим вони намагалися віднайти дві середні пропорційні ірраціональним шляхом. За Платоном це призведе до загибелі і знищення цінності геометрії, тому що вона знову повертається до чуттєвих речей, а не підноситься вгору і не осягає вічних безтілесних образів, в яких перебуває одвічно божественний бог" [4, с.452].

Розвиваючи ідеї Піфагора і користуючись його монохордом, Архіт розвивав теорію музики, давши їй теоретико-числове обґрунтування. За словами Клавдія Птолемея, його можна вважати найбільшим теоретиком музики. Він "...намагається провести принцип пропорційності не лише у консонансах, але й у розподілі тетрахордів, вважаючи, що співвимірність інтервалів – характерна властивість музики", – відзначає К. Птолемей у своїй "Гармонії" [4, с. 452]. Силу звучання Архіт пов'язує з швидкістю руху тіла.

Великого значення Архіт надавав "мистецтву рахування стосовно соціально-політичних і економічних питань, вважаючи обчислення, число основою математичного пізнання. Так, Стобей, наводячи фрагмент Архіта з твору "Про математичні науки" відмічав з цього питання: "Винахід рахування поклав край розбрату, помножив згоду. З винаходом обчислення зникло хабарництво, настала рівність, тому що, завдяки ньому, ми розраховуємося в угодах. Завдяки ньому бідні отримують від заможних, а багаті дають нужденним, тому що і ті, і інші вірять, що завдяки ліченню отримують порівну. Мірило праведних, які вміють рахувати – перешкода неправедних" [там само, с. 457 – 458]. Архіт віддавав перевагу арифметиці, мистецтву

обчислення як найбільш абстрактній науці, яка застосовує на найбільш загальні методи доведення і тому може бути застосована у всіх розділах математики та інших науках. Ця загальність і широка застосовуваність споріднює її з філософією. "Думається, що мистецтво рахування (логістика) вельми перевершує інші мистецтва в тому, що стосується мудрості, у тому числі і геометричне мистецтво, тому що воно з більшою очевидністю тлумачить те, що їй потрібно... і там, де геометрія є неспроможною, мистецтво рахування виконує доведення і рівним чином при будь-якому дослідженні фігур, і тому, що належить до фігур", – говорить Архіт Тарентський [там само, с. 458].

Архіт Тарентський присвятив ряд робіт нескінченності Всесвіту, чеснотам, мудрості, етичним питанням, питанням про дух і чуття, про первені речей, про загальні поняття і категорії, але вони не збереглися. Збереглося близько 60 фрагментів, за якими можна судити про його наукову діяльність і світогляд. "Архіт намагався об'єднати воедино філософію, точні науки і вчення про державу. Він втілював у собі воістину взірць античної калокагатії – ідеал фізичного і моральної досконалості" [5, с. 236].

Творчість Архіта Тарентського сприяла подальшому розвитку раціоналістичних методів у побудові наукового знання. З його учнів найвидатнішим був Евдокс Кнідський. Одна з його фундаментальних робіт присвячена неспіввимірності діагоналі квадрата та його сторони, а також побудові теорії пропорцій.

Теорема Піфагора показала, що математичний атомізм піфагорійців вичерпав свої можливості, математику, теоретичне природознавство і натурфілософію необхідно було перевести на геометричну континуальну основу. Математика своїми внутрішніми можливостями вивела числову піфагорійську філософію з кризи, ввівши поняття величини замість поняття числа.

Вводячи поняття змінної величини Евдокс розглядав прямолінійні відрізки як безупинно змінювані, які з будь-яким ступенем точності можуть бути виражені за допомогою інших відрізків. "Побудована Евдоксом теорія величин – один з найбільших витворів математики за всю її історію" [6, с. 194], яка стала основою для побудови теорії ірраціональних чисел Ю. Дедекінда.

Теорія пропорцій Евдокса у математиці і теоретичному природознавстві встановила діалектичний взаємозв'язок дискретного і безперервного, арифметичного атомізму і геометричної континуальності величини. Цей взаємозв'язок приводить до взаємного збагачення і подальшого розвитку математичних теорій і всього

теоретичного природознавства. "У геометрії Евдокс створив метод вичерпання, який для Архімеда був єдиним суворим науковим методом визначення площ і об'ємів криволінійних фігур і тіл" [1, с. 20]. Ця теорія дійшла до нас так само у "Початках" Евкліда (у другій половині XI і XII книгах).

Розвиток математики змінних величин аж до сучасного її викладу слідував за методом вичерпання Евдокса.

Теорію відношень Евдокс поширив на змінні величини і цим впритул підійшов до сучасної теорії меж: "якщо дві змінні величини перебувають увесь час в однакових відношеннях, то в тих же самих відношеннях перебуватимуть також їх межі, так що, оскільки площі двох подібних вписаних прямокутників взаємовідносяться як квадрати діаметрів описаних навколо них кругів, то, значить, площі цих кругів також будуть співвідноситися як квадрати їх діаметрів" [там само]. Ці теорії і методи Евдокса були розвинені Архімедом.

У працях Евдокса, його учня і брата Менехма та Арістея розпочалося зародження зовсім нового напрямку у математиці того часу – теорії конічних перетинів і кривих другого порядку, ...саме Евдокс вказав на один з способів, яким могли бути отримані відповідні криві, – говорить Б.Л. Ван дер Варден, – вони отримувалися за допомогою перетину різних конусів, твірні яких при вершині складали прямий, тупий або гострий кут" [там само].

За допомогою конічних перетинів Евдокс і Менехма розв'язали задачу про подвоєння куба. Ідеї побудови теорії конічних перетинів отримали розвиток у працях Евкліда і Архімеда. Завершення ця теорія отримала в книгах "Конічні перетини" Аполлонія Пергського. Ці аналітичні методи прадавніх математиків здобувають сучасного вигляду у "Аналітичній геометрії" Р.Декарта і П.Ферма. За оцінкою Б.Л. Ван дер Вардена Евдокс Кнідський є з одним з найвеличніших математиків усіх часів і народів. Його праці надали потужний імпульс у розвитку раціоналістичних побудов і у побудові нової наукової картини світу.

Подальший розвиток теорія ірраціональних величин отримала в працях Феодора Кіренського, Теетета Афінського та інших математиків. Поставлену проблему ірраціональності Феодор показав за допомогою ірраціональних чисел ...Теетет Афінський (410-368 до н.е.) досліджував так само проблему ірраціональності і розвинув вчення про непорівнювані відрізки. Він увів поняття порівнюваності за довжиною і порівнюваності у квадраті. "Феодор показав, що сторони квадратів, площі яких дорівнюють, непорівнювані зі стороною одиничного квадрата. При цьому доведення він проводив

для кожного окремого випадку. Перше загальне доведення здійснив учень Феодора – Теетет" [6, с. 491 – 492].

Подальші дослідження теорії ірраціональностей продовжив Теетет. X книга (теорія ірраціональних величин) і XIII книга (правильні багатогранники) "Початків" Евкліда є обробкою творів Теетета. "Теетет дав загальне доведення неспіввимірності діагоналі квадрата з його стороною. Він вважається творцем першої теорії квадратичних і кубічних ірраціональностей" [там само, с. 475].

Теетет присвятив спеціальну роботу п'яти правильним багатогранникам. За свідченням пізніх піфагорійців, він до відомих чотирьох правильних багатогранників додав відкритий ним ікосаедр – двадцятигранник.

Коментуючи цей період діяльності давньогрецьких математиків, О. Нейгебауер пише: "...теорія ірраціональних величин і пов'язана з нею теорія інтегрування має суто грецьке походження, а зміст "геометричної алгебри використовує результати, відомі у Месопотамії" [7, с. 149].

Парадокси, пов'язані з проблемою дискретного і безперервного, які виникли при визначенні площ і об'ємів, увійшли до філософських проблем простору і часу. "Геометричний висновок, що діагональ квадрата не може бути "вимірена" його стороною, безсумнівно, викликало серйозні суперечки про відношення між геометричним і арифметичним доказом", – стверджує О. Нейгебауер [там само, 150].

У цей період у математиці геометрична величина виходить на перший план, відсуваючи цілочислові значення арифметики на другий, "...цілочислові відношення виступають як окремий випадок лише другорядного значення; це призвело до проблеми перекладу класичних арифметичних і алгебраїчних даних на мову геометрії" [там само].

Спираючись на досягнення піфагорійців і сучасних йому математиків, Платон будує свою філософську систему, створюючи три світи: світ речей, який постійно змінюється, світ ідей – вічний та незмінний і, у проміжку між ними – математичні об'єкти. Останні від чуттєвих об'єктів відрізняються тим, що вони вічні і нерухомі, а від ідей тим, що ейдос для кожного предмета один, а речей незліченна безліч.

Платон не був математиком і не мав своїх математичних теорій, але, будучи наставником математиків, ставив задачу обґрунтування математичного знання. Він вважав цю царину шляхом до обґрунтування всього наукового знання і його зразком. Будучи прибічником гераклітівської натурфілософії й сприйнявши її постійну

мінливість, Платон вважав, що, все у природі виникає й знищується – отже, не може бути дійсного знання, бо чуттєвий світ мінливий. Тому він висуває теорію "ідей", які являють собою граничний стан речей, пізнаваних лише за допомогою математичних об'єктів при прагненні отримання дійсного знання, "...геометрія, – говорить він, – це пізнання вічного буття" [8, с. 33], і далі продовжує: "... вона дає душі потяг до істини і пливає на філософську думку, здіймаючи її вгору..." [там само]. Фактично вся теорія пізнання Платона має математичну абсолютизовану основу.

Платонівська постановка питання в побудові системи наукового знання і досягнення істини мала основоположне значення. Необхідно було розробити логіко-структурну систему у побудові наукового знання.

У цей класичний період побудови теорій математики суворо дотримувалися і прагнули розвинути логічні принципи наукового знання. Основою для їх розробки були суворі правила дедукції. Так "...Архіт у VIII книзі, як і в інших уривках, що збереглися, увесь час б'ється над логікою, – говорить Б.Л. Ван дер Варден, – щосили намагається дотримуватися її суворих вимог..." [1, с. 215]. Суворих логічних принципів у своїх побудовах дотримувався також і Евдокс Кнідський, Феодор Кіренський, Теетет Афінський, Менехма, Арістей та інші математики.

Тих же логічних побудов дотримувалися і філософи. Завершальний внесок у їх розробку в афінський період здійснили Платон і Аристотель. "Коли Аристотель зібрав воедино правила логіки, то цим він просто привів до системи ті закономірності, які були віднайдені у міркуваннях попередніх йому математиків і філософів" [1, с.215]. Аристотель наприкінці своєї формальної логіки відзначає: "І в мистецтві красномовства було багато чого і давно сказано. Що ж стосується вчення про умовиводи, то ми не знайшли нічого такого, що було сказано до нас, а повинні були самі створити його зі значною витратою часу і сил" [9, с. 593].

Але ще задовго до Аристотеля аналізом доведень, логічними побудовами займалися елейці, софісти, Сократ, Платон та інші філософські школи: "...за свідченням Діогена Лаертського, Протагор перший почав вивчати способи доказів і тим самим започаткував формальну логіку, а Гіппій і Продік, займалися дослідженням мовлення (Продік – синонімікою, а Гіппій – граматикою)" [11, с. 97].

На наш погляд, Аристотель тут виступає здебільшого не як творець формальної логіки, а як її систематизатор. "Більшість своїх прикладів він запозичує з математичних підручників свого часу.

Однак, ясно, що ці підручники в логічних побудовах дотримувалися зразків, які містилися в оригінальних роботах великих математиків, а не навпаки. Звідси випливає, що мислення грецьких математиків ще задовго до Аристотеля повинне було задовольняти доволі суворі вимоги" [1, с. 215]. Цієї ж точки зору дотримується і Г. Вейль, стверджуючи: "Логіка Аристотеля була по суті залучена з математики".

Якщо математику класичного періоду розглядати як узагальнене наукове знання, то формальну логіку слід розглядати як її частину, "залучену" з неї точно так само, як раніше були "залучені" арифметика, геометрія і гармоніка. Формальна логіка Стагірита стала тією логіко-структурною побудовою, яка приводила до суворого системно-структурного порядку усі математичні, а слідом за ними і природничо-наукові знання, "...винахід силогістичної форми є одним з найпрекрасніших і навіть найважливіших відкриттів людського духу, – говорить Г. В. Лейбніц. Це – свого роду універсальна математика, все значення якої ще недостатньо зрозуміле" [12, с. 492 – 493].

Але, виділившись з неї, формальна логіка стала структурною основою в побудові системи наукового знання. Уперше за цією суворою логічною системою були побудовані "Початки" Евкліда. Аристотеля та Евкліда, у цьому сенсі, слід розглядати як видатних систематизаторів: Аристотеля – формальної логіки, а Евкліда – математики. Формальна логіка стала структурою і парадигмою в побудові наукового знання.

Таким чином, можна стверджувати, що за афінський класичний період математика стала наукою у сучасному вигляді. Побудовано систематичні розділи з арифметики, геометрії та гармоніки. У математику і теоретичне природознавство були введені елементи руху, що стало основою для зародження математики змінних величин. Були побудовані теорії відношень і вичерпання, які заклали підвалини інтегрального числення. З дедуктивної математики класичного періоду "відбрунькувалася" формальна логіка. Це питання має принциповий характер.

Всі ці теоретичні розробки давніх мислителів є основою побудови систематичного курсу математики сучасного типу.

РАЦІОНАЛІЗМ МИСЛИТЕЛІВ АФІНСЬКОЇ АКАДЕМІЇ

Наукова й культурна спадщина народів Сходу наклала свій відбиток на розвиток науки й культури Давньої Греції. Спостереження халдеїв за рухом планет і встановлення періодичності цього руху привело давньогрецьких мислителів до побудови астрономії на геометричній основі; єгипетська геометрія, що виникла на систематичному землевимірюванні при поділі земельних ділянок, будівництво грандіозних споруд сприяло побудові систематизованих розділів античної геометрії, а надалі й усього курсу геометрії як абстрактної науки. Крім цього, ці науки розвивали мистецтво креслення.

Важливим першоджерелом у науковому пізнанні греків були фінікійські міфи. Цілком очевидно, що у Фалеса також були авторитетні вчителі. Але перші спалахи раціональності були пов'язані не з фізикою, а з математикою, із числовою символікою. У міфах рослини й живі істоти ставляться в пропорційну залежність, порівнюються зі світом, з об'єктами світобудови. Великий внесок у подальший розвиток раціоналістичних методів у науковому пізнанні й філософії зробила піфагорейська школа з її філософією числа, з математизацією наукового знання. Філософія виходила з міфології, ставала на наукову математичну основу. "Установлення якісного розходження між розумом і чуттєвістю, мисленням і відчуттям, між логічним і емпіричним стало найбільшим філософським відкриттям. І честь цього великого відкриття належить Парменіду з Елеї, – говорить Кессиді Ф.Х., – відкриття розуму означало падіння міфології, відхід від неї й утвердження нового світогляду" [2; с. 237].

Найцікавішим є той період давньогрецької історії, коли центром наукового й духовного життя країни стають Афіни. "Найвищий політичний і культурний розквіт міста припадає на 479-431 рр., так зване п'ятидесятиліття "золотого століття". Афіни перетворилися на центр культурного життя Греції, а чудові архітектурні будівлі зробили Афіни найгарнішим грецьким містом. У цей період при владі перебувало демократичне угруповання на чолі з видатним лідером Періклом" [3; 6]. Створена Платоном Академія (близько 380 р. до н. е.) проіснувала 915 років, члени Академії займалися, в основному, математикою й побудованою на її основі своєрідною діалектикою. У ній навчалися послідовники всіх попередніх шкіл, починаючи з Мілетської і Піфагорейської і закінчуючи софістами, найвидатнішим з яких був Сократ – учитель Платона.

Сократ – перший філософ з Афін, що вплинув на античну й світову філософію. У центрі уваги його філософії – людина, яку він розглядає як моральну істоту, це своєрідний етичний антропологізм.

Йому далекі були як міфологія, так і фізика, математика. А суть його філософії можна звести до вивчення людини як моральної істоти, до вивчення етичних питань. Згодом Аристотель у "Метафізиці" відзначив: "Сократ займався питаннями моральності, природу ж у цілому не досліджував" [4; 79]. Але Сократ увів у наукове пізнання два фундаментальних положення: "...насправді, дві речі можна справедливо приписувати Сократу – доказ через наведення й загальні визначення: і те й інше покладає початок знання", – говорить Аристотель [4, 327-328].

Розвиваючи свій метод "майєвтику" – "повивальне мистецтво", Сократ ставив перед собою завдання знаходження істини, істинного знання. Але, щоб досягти цієї мети, необхідно його визначити. Мета майєвтики, як і мета будь-якого предмета – визначення. Необхідно виділити це поняття з безлічі інших, дати йому строге визначення, після чого вивчати. Сократ уперше показав, що якщо немає поняття, те немає й знання.

Математики афінських, а потім наступних шкіл, широко використовували визначення й індукцію в математичних побудовах. Вони отримали статус класичних, фундаментальних положень. Такі непрямі положення наукового знання Сократа вплинули на побудову математичних теорій.

Платон зберіг вірність своєму вчителю, але на відміну від Сократа, він надавав великого значення математиці в розвитку загальнонаукової й філософської думки. Не випадково в Академії навчалися такі видатні математики, послідовники піфагорійців, як Архіт Тарентський (428-365 р. до н.е.), Евдокс Книдський (408-355рр. до н.е.), Менехм Афінський (біля 360 р. до н.е.) і багато інших. Вони відтворили математичний світ піфагорійців у нових умовах, на новій філософській основі.

Так, Евдокс Книдський, синтезуючи піфагорейські види пропорцій і обравши теорію як форму вираження наукового знання, будує свою теорію пропорцій. "Побудована Евдоксом теорія величин – одне з найбільших досягнень математики за всю її історію", – відзначають А.І. Бородін і А.С. Бугей [5; 194]. Тоді ж ідеї безперервних й ірраціональних величин розвиває Теетет Афінський, конічні перетини – Менехм Афінський, розвиваються й інші розділи математики.

Спираючись на досягнення піфагорійців і сучасних йому математиків, Платон будує свою філософську систему, створюючи три світи: світ речей, що сприймаються за допомогою почуттів, світ ідей і в проміжку між ними вибудовує світ математичних об'єктів.

Світ речей Платон вважає істинно не існуючим, тому що речі безупинно виникають і гинуть, перебувають у постійному русі й зміні.

Будуючи свою космологічну систему, Платон продовжує ідеї піфагореїзму. "На матеріалі піфагореїзму добре проглядається формування філософії з міфології під впливом наукового знання (особливо математики), – відзначає О. М. Чанишев, – і взагалі усе більше раціоналізованого мислення" [6; 244].

Космос, за Платоном, – уречевлення бога в матерії, перетворення фізичного світу з хаосу на стрункий живий організм, що має розум, душу й тіло. Деміург-творець, творячи космос, улаштував розум у душі, а душу – у тілі. До моменту утворення світобудови матерія складалася із чотирьох стихій: води, землі, повітря й вогню. Ці стихії відрізняються одна від одної геометричними формами, які побудовані з геометричних трикутників. Дотримуючись логіки піфагорійців, Платон в "Тимей" прагне побудувати із трикутників просторові фігури, що мають гранями рівносторонні трикутники. Але за першооснову він бере прямокутний трикутник, у якого гіпотенуза вдвічі менша за більший катет.

Дотримуючись далі геометричної генези в побудові світу, Платон надає всім чотирьом стихіям геометричну основу, говорячи: "Є п'ять видів твердих тіл, з яких можна найліпше створювати форми..." [7; 490].

Далі Платон визначає кожен стихію просторовою геометричною формою: тетраедр – вогонь, тому що він має гострі вершини й грані, а вогонь є всепроникаючою стихією; куб (гексаедр) – земля, найінертніша стихія, слабозмінювана й неперехідна в інші стихії. Октаедр (восьмигранник) – повітря, що здатне розширюватися й стискуватися, переходить у вогонь і у воду; і остання стихія – вода, яку Платон визначає двадцятигранником (ікосаедр). Вода може переходити в газоподібний стан. Залишився п'ятий багатогранник – дванадцятигранник (додекаедр). Він був визначений Платоном як ефір.

Втім, ці стихії Платон розглядає не в повному розумінні слова як вогонь, повітря, воду, землю, а як вогнетвірні, повітрятворні, водотвірні й землетвірні. Вони перебувають у певній пропорційній залежності. За Платоном "...ніщо не може виникнути без участі вогню, а відбутися – без чогось твердого, твердим же ніщо не може бути без землі". Із цієї причини бог, приступаючи до утворення тіла Всесвіту, створив його з вогню й землі [8; 479]. Перебуваючи в певній пропорційній залежності, два члени не можуть створити пропорцію,

не можуть бути сполучені, отже, "...необхідно, щоб між одним й іншим народився якийсь об'єднуючий їх зв'язок... завдання це якнайкраще виконує пропорція" [Там само]. Далі Платон продовжує: "...тому що, коли із трьох чисел – як кубічних, так і квадратних – при будь-якому середньому числі перші так віносяться до середнього, як середнє до останнього, і, відповідно, останнє до середнього, як середнє до першого, тоді при переміщенні середніх чисел на перше й останнє місце, а останнього й першого, навпаки, на середні місця, з'ясується, що відношення необхідно залишається незмінним; а якщо це насправді так, виходить, всі ці числа утворюють між собою єдність" [Там само].

Гармонійна пропорція відома була ще вавилонянам задовго до піфагорійців. Ямвлих у коментарях до Никомаха відзначає: "Думають, що вона [= гармонійна пропорція] винайдена вавилонянами, а до греків прийшла вперше через Піфагора. Факт той, що нею користуються багато хто з піфагорійців, як, наприклад, Аристей Кротонський, Тимей з Локр, Філолой і Архіт з Тарента й багато інших, а внаслідок Платон в "Тимеї". [9; 440]. Ця гармонійна пропорція встановлює "єднання багатьох елементів суміші", "згладу неузгоджених" [Там само] протилежностей, відбувається єднання тих, хто мислить неоднаково.

Зважаючи на те, що тіло Всесвіту повинне було стати тривимірним, а тривимірні предмети не сполучаються через один середній член, то пропорції складені із двома середніми членами. "Тому, – говорить Платон, – бог помістив між вогнем і землею воду й повітря, після чого встановив між ними найточніші співвідношення, щоб повітря відносилось до води, як вогонь до повітря, і вода відносилася до землі, як повітря до води". [8; 472]. Такі ідеальні пропорції не могли бути вічними, непорушними. З огляду на взаємний перехід стихій з одного стану в інший, порушення пропорційної залежності спричиняло перехід від однієї стихії до іншої. Тіло космосу в результаті обертання набуло круглих обрисів. Платон дотримується геоцентричної системи світу. При цьому в результаті обертання небесної сфери навколо єдиного земного центра із установленою пропорційною залежністю між стихіями й у результаті взаємного переходу відбувається взаимопоглинання й самовідновлення, такий перехід з одного стану в інший приводить Платона до ідеї саморозвитку Всесвіту. "(Тіло космосу) було мистецьки влаштовано так, щоб одержувати їжу від свого власного тління, здійснюючи всі свої дії й стани в собі самому й через себе самого" [Там само; 473].

При такому саморозвитку основну роль відіграє вогонь. Як особливо агресивні частки стихії, вони мають більшу проникну здатність і здатні проникати й руйнувати інші стихії, чим і порушується пропорційна рівновага. Так, розуміючи під землею камінь, глину, скло тощо, які у своєму складі майже не мають води, вийшли в результаті впливу вогню на землісті речовини. Але, якщо в цих землистих речовинах буде більша кількість води, то така пропорційність може привести до згасання вогню й зворотного процесу у землеутворенні. У роботах раннього Платона яскраво простежується теорія структур як граничної спільності, основна функція загальних ідей – це осмислення поточних речей; істотне значення надається взаємовідношенню структур, ідей і речей.

Платон не будував правильні багатокутники, це належить до творчості математиків – піфагорійців (перші три: тетраedr, гексаedr і октаedr були побудовані ще в піфагорейській школі, а два останніх: додекаedr й ікосаedr – наступними піфагорійцями, можливо, Теететом Афінським, оскільки він займався й побудовою теорії ірраціональностей і правильними багатогранниками). Але Платон надавав цим багатогранникам великого значення у своїй філософській системі світобудови, тому вони одержали назву Платонівських тіл. Подальшої побудови й розвитку зазнали напівправильні багатогранники (13 багатогранників) в Архімеда, а у кристаллографа Федорова Є.С. вибудована ціла математична теорія 230 природних кристалів.

Математика як строга дедуктивна наука сформувалася в Давній Греції у VI-III вв. до н.е., вона створила передумови для розвитку теоретичного природознавства, натурфілософії й філософської методології. За ці три століття математика стала наукою в сучасному понятті.

Але піфагорейська математична спадщина стала одним з об'єктів критики элеатів, що полягала в неможливості мислити безліч без протиріччя, так, Зенон Елейський уперше проаналізував проблему єдиного й множинного, проблему нескінченності, проблему неможливості логічного доказу руху.

Завдання множинності й співвіднесення її з єдиним стала ще більш нагальною після критики софістами можливості об'єктивного знання. Проблема обґрунтування математичного знання виявилася тісно пов'язаною із проблемою наукового знання, тому що математика стала основою наукового знання взагалі.

Рішенням цих проблем зайнявся Платон. Дотримуючись піфагорійців, Платон вважав математику зразком наукового знання і

за її посередництва прагнув провести обґрунтування всього наукового знання. Але, вирішуючи цю проблему, він прагнув розв'язати проблему обґрунтування самої математики. Але тому що в досократівській натурфілософії, у філософії Геракліта Ефеського вважали, що "все тече, усе змінюється", усе в природі виникає й знищується, то, з погляду Платона, природа не може бути до кінця пізнаною, отже не може бути істинного знання, почуттєвий світ мінливий, він не сприяє побудові істинного знання. Тому Платон для одержання істинного знання висуває свою знамениту "теорію ейдосів", яка допомагає отримати істинне знання, а в проміжку між ейдосами й матеріальним світом встановлює світ математичних об'єктів, за допомогою яких можна прагнути до одержання щирого ідеального знання. Ця ідея опанувала ним, і він прагнув через математику, математичні об'єкти пізнати об'єктивний світ, світ відчуттів спрямувати до ідеального віту, до ейдосів, тому що цей світ постійний, непорушний, не підданий впливу й зміні, на відміну від об'єктивного світу.

За допомогою геометрії, геометричних образів Платон прагнув до пізнання вічного буття: "...геометрія, – говорить він, – це пізнання вічного буття" [8; 33], і далі продовжує, що "... вона направляє душу до істини й впливає на філософську думку, спрямовуючи її вгору..." [Там само]. При цьому він мав на увазі умоглядну геометрію, вільну від прикладного емпіризму, він закликає до розвитку теоретичної математики, абстрагованої від предметів світобудови. Дотримуючись піфагорійців, він затверджує: "Воно (число – К. У.) посилено тягне душу вгору й змушує міркувати про числа самі по собі, у жодному разі не припускаючи, щоб хтось підмінював їх видимими й відчутними тілами, що мають число" [Там само].

Фактично вся теорія пізнання Платона має математичну абсолютизовану основу, відірвавши від об'єктів дійсності їхні математичні форми й спрямувавши їх до пізнання ідеальних об'єктів – ейдосів, як вважаються об'єктивно незмінними сутностями. "Знавець геометрії, – говорить він, – поглянувши на них (візерунки на небі – К.У.), знайшов би прекрасним їхнє виконання" [8; 341]. Платон вважає геометрію основою математичних дисциплін так само, як піфагорійці вважали основою арифметику, науку про число. "Адже й вони (піфагорійці – К.У.) чинять так само, як астрономи: вони шукають числа у сприйманих на слух співзвуччях..." [Там само, 342].

Платонівська постановка питання в досягненні істини в теоретичних побудовах відіграла певну позитивну роль у класичний період побудови наукового знання, коли необхідно було переробити

колосальний емпіричний матеріал і побудувати систематизовану науку, хоча вона мала ідеалізовану основу.

Як відзначалося раніше, Платон не був професійним математиком, але він був ідейним наставником всіх математиків афінського класичного періоду. Критика елеатами піфагорійців за протиріччя множинного і єдиного поставило в центр уваги проблему нескінченності, що мало величезне значення в математиці, загальнонауковому пізнанні й філософії. Це завдання стало ще більш актуальним після того, як із критикою об'єктивного знання виступили софісти. Необхідно було поставити проблему обґрунтування не тільки математики, а й усього наукового знання. Це завдання привело до розробки формально логічних положень. Уважаючи математику зразком об'єктивного наукового знання, Платон узявся за розв'язання цієї широкомасштабної задачі обґрунтування математики й усього об'єктивного наукового знання.

Вирішення практичних завдань приводить до створення нових наукових напрямків, пов'язаних з використанням математичних теорій і побудов. Усе це вимагало не простого застосування емпірично накопичених фактів народами Сходу, а розвитку механіко-технічних пристроїв із застосуванням строгих математических розрахунків. Але розвиток перших теоретичних побудов (теорії важеля, статички, гідростатички, астрономії й інших наук) виявився можливим тільки на певному етапі розвитку людського суспільства, коли предметно-практична форма мислення стала переходити до абстрактно-теоретичного, коли чисто матеріальна сфера почала створювати умови для розвитку загальнокультурної й духовної сфери.

Уже Архит Тарентський – математик, механік, винахідник, полководець і державний діяч, друг Платона – не став дотримуватися установок Платона в побудові тільки умоглядної науки й почав першим застосовувати геометричне креслення для вивчення принципу дії механізму, першим створив механічний пристрій для вирішення задачі про подвоєння куба, іменованої делосьською задачею [11; 335]. Це була перша спроба вирішення математичної задачі механічним методом.

Попри заборону на використання в математиці різних практичних методів, сам Платон при рішенні завдання подвоєння куба не втримався й так само запропонував механічний спосіб її вирішення. Час настійно вимагав впровадження в математику, у теоретичні побудови різних механічних і практичних методів. Великий внесок у розвиток і впровадження технічних засобів і застосування математики

в розвиток техніки вніс учень Архіта Тарентського Евдокс Книдський (408-355 р. до н.е.), а надалі – Архімед, Герон та інші.

Але, незважаючи на ряд помилкових положень, прийнятих Платоном у питанні побудови математики, недооцінку практики й емпірії, він правильно оцінював значення математики, її роль у науковому пізнанні, у розвитку раціоналізму й філософської думки. Широкомасштабна математизація природознавства Архімедом, Героном і особливо в Новий час привела до побудови теоретичного природознавства.

ЕЙДЕТИЧНА ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОЇ КЛАСИКИ

Платон будує наукове пізнання уможлядно, за допомогою математичних наук. В.А. Панфілов зазначає: "Математичне для античності – це те, що відомо заздалегідь, очевидне, загальновідоме, за допомогою чого можна пояснити свою думку, пояснити положення, котре ми доводимо" [1, 3]. Математика в теорії пізнання Платона займає серединне положення. Філософ вважав, що абсолютно істинного знання можна досягти уможлядно: людина, "... минаючи відчуття, за допомогою самого лише розуму, прямує до сутності будь-якого предмета і не відступає, доки за допомогою самого мислення не осягає сутності блага" [2, 342]. Але, за Платоном, збагнути сутність блага може людина обізнана, добре підготовлена з математики – арифметики, геометрії, астрономії, гармонії. Цей піфагорійський квадріум торує шлях до філософського бачення, уможляду. Математика здатна вивчати змінюваний світ, застосовуючи системно-структурний підхід до об'єктів світобудови, числові відношення та відновлюючи кількісну визначеність. "За своєю природою вона (математика. – К. У.) належить, мабуть, до того, що спрямовує людину до розмірковування" [2, 331].

З математичних дисциплін Платон надає перевагу геометрії, зіставляючи першопочатки, стихії світу з ідеальними геометричними фігурами (тетраedr, гексаedr, октаedr, додекаedr, ікосаedr). Ці геометричні фігури він ототожнює із стихіями, з яких збудовано світ (тетраedr – вогонь, гексаedr – земля, октаedr – повітря, ікосаedr – вода, додекаedr – ефір).

Ці міфологізовані й абсолютизовані абстракції Платона являли собою не що інше, як певні атоми, першоречовину, з яких будувався весь світ.

Але для дослідження будь-якого процесу або побудови наукової картини світу, із застосуванням наукових фактів і знань, потрібне ще й певне уявлення, передбачення процесів. Як зазначає Я.Е. Голосовкер, "... уявлюваний, імагінативний світ міфу часто має більшу життєвість, ніж світ фізично даний, бо імагінативний, тобто уявлюваний об'єкт "міфу" не є лише "вигадкою", а є водночас пізнана таїна об'єктивного світу і дещо передбачуване в ньому; в імагінативному, або уявлюваному, об'єкті міфу міститься справді реальний об'єкт" [3, 13].

За поглядами стародавніх мислителів, мислений об'єкт світобудови – певним чином міфічно уявлюваний – становив собою певний конечно мислимий варіант, його граничне положення чи значення, до якого прагне думка дослідника. У піфагорійців ці поняття виразилися в ідеї числа, у Геракліта Ефеського – у Логосі як постійності одвічної мінливості, у елеатів – як абсолют вічної незмінності й нерухомості, у Платона – в існуванні незмінних ейдосів – ідей. Оперування уявлюваними ідеями як реальними речами підводить мислителя до побудови ідеальної картини світу: "... Розвиток уявлення є мірилом розвитку культури", – підкреслює Я.Е. Голосовкер [3, 159].

Щоб побудувати з чисел геометричні об'єкти та заповнити простір, Платон починає з одиниці, ототожнюючи її з точкою, яка, згідно з Аристотелем, розглядається як геометричний об'єкт, що має два положення чи якості буття – ідеальний об'єкт одиниці й геометричний – матеріальний, котрий має просторові характеристики – розташування в просторі.

Але, входячи в контакт з простором, виконуючи функцію руху, одиниця уявляється іншою, викреслюючи лінію, і перетворюється на двійку. Але точка й лінія являють собою начала, з яких можна будувати плоскі геометричні фігури, перша – це площа (трикутник), а з них – площинні фігури (тіла).

Ці геометричні об'єкти є прообразами піфагорійських чисел. Отже, їх "також можна розглядати як "гібриди": в них логічне виявляється "зрощеним" з певного роду "матерією", а саме – з "простором" [4, 133].

Але, посідаючи серединне положення у пізнанні, математика спрямовує свої дії від предметності об'єктів світобудови до ідеальних, ейдетичних об'єктів. Тому її абсолюти – числа, тіла, фігури, актуальна безконечність й інші поняття – мають ейдетичну природу й сутність.

Перехід від відчуттів, сприйняття до мисленнєвих операцій має у Платона назву переходу від становлення до буття. Але становлення як елемент дослідження має невловимий характер через мінливість досліджуваного об'єкта. Тому, щоб виявити визначеність, потрібно подумки визначити безперервно змінюваний процес і вирізнити в ньому певне єдине, з яким надалі треба буде порівнювати інші речі. Цю вирізнену реальність Платон назвав буттям, дослідження якого можливе за допомогою міри, кількісної характеристики, що є кількісною оцінкою між двома сферами буття й становлення.

Платон розглядав число як ідеальне утворення, яке покладає єдність кінцевого й безкінечного, осяжне тільки розумом. Наука про числа "спрямовує душу догори й примушує розмірковувати про числа самі по собі, в жодному разі не допускається, щоб хтось підміняв їх видимими й осяжними тілами, які мають число" [2, 525].

Платон від природи мав сильну уяву. У ньому поєдналися принаймні два таланти: талант поета-митця й талант філософа-мислителя. Уява як спосіб побудови світогляду, як найвища пізнавальна сила, може привести, наблизити міфологічний світогляд до філософії; водночас вона може стати джерелом помилок і привести до релігійного світогляду. Я.Е. Голосовкер твердить: "Платон, зображуючи свій занебесний світ ідей, розкривав мовою уяви діалектичні смисли світу, надаючи їм морального буття. Аристотель своїм тлумаченням, надавши платонівським ідеям субстанційності й перетворивши занебесний світ ідей, тобто світ символів, на метафізичний, на тисячоліття спотворив Платона" [3,151].

Платон і його філософія є породженням свого часу; його ідеї породила сама старогрецька дійсність. Надзвичайне напруження духовних і фізичних сил кожного члена суспільства, доведення їх до абсолюту підштовхувало мислителів до створення абсолютних, недосяжних ідей, до яких спрямовувалися думки їхніх співвітчизників.

Але встановлення межі, надання їй певного постійного розміру фактично недосяжне. "У такому розумінні межа іррелевантна як недосяжний символ і принцип того чи іншого становлення" [5, 108].

Ця тенденція раннього еллінізму присутня в усьому, насамперед у напруженні внутрішнього життя, життєвій іррелевантності, яка досягається завдяки чималим об'єктивним зусиллям. Треба розуміти, що саме такі об'єктивні зусилля кожного громадянина поліса сприяли агональній схемі. Кожна вільна людина поліса мала виявляти свою індивідуальність.

Цю думку яскраво висловив у своїй пам'ятній промові під час поховання загиблих воїнів голова афінського демосу Перикл: "... Місто наше – школа усієї Еллади і, гадаю, що кожний із нас сам по собі може легко й вишукано виявити свою особистість за найрізноманітніших життєвих умов" [10, 108]. Про цю відмітність старогрецької дійсності також влучно висловився й Б.Рассел у "Історії європейської філософії": "Не всі греки, але більшість із них, були людьми, яких охоплювала пристрасть, нещасними людьми, котрі боролися самі з собою, яких інтелект вів одним шляхом, а пристрасті – іншим, вони мали уявлення, щоб осягати небо, й свавільні домагання, щоб творити пекло. Вони мали правило "золотої середини", але насправді були недотримані в усьому: в чистому мисленні, в поезії, в релігії, у гріху. Саме поєднання інтелекту й пристрасті робило їх великими, доки вони лишалися такими, і ніхто не перетворив так сильно світ на всі майбутні часи, як вони. їх прототипом у міфології є не Зевс Олімпієць, а Прометей, котрий приніс із неба вогонь і був приречений через це на довічні страждання" [11, 38].

Наведений вислів Б.Рассела характеризує спосіб життя і спосіб мислення стародавніх греків, які абсолютизували значення життєвих процесів й доходили при цьому до граничних крайнощів. Така абсолютизація підводить Платона до вчення про ейдоси – ідеї. "Ця нова іррелевантність вже не обмежувалася лише самими чуттєвими сприйняттями, але коли вона почала застосовуватися до об'єктивного світу, то доходила до тих межових узагальнень чуттєвих речей, коли вже виникало уявлення про вічний світ ідей" [5, 113]. Світ ідей дістав у Платона абсолютну самотійність як світ речей. Вивчаючи цей світ, потрібно було зводити їх іррелевантність до світу ідей, що, за Платоном, відбувається за допомогою математичних фігур, котрі посідають певне проміжне положення між світом речей і світом ідей. Ідеї, на думку Платона, являють собою граничні властивості речей.

У цьому аспекті філософія Платона є продовженням піфагорійської числової філософії. Щоб пізнати речі, вивчити їх властивості, потрібно скористатися піфагорійським поняттям числа й математичними об'єктами. Саме вони мають постійність і дають можливість досліджувати об'єкти дійсності, тоді як самі ці об'єкти мінливі і не дають можливості їх вивчати. В цьому розумінні філософія Платона співзвучна з філософією Геракліта (все тече, все змінюється), діалектику природи якого він переносить на діалектику ідей. Ця філософська система Платона приводить його до міфотворчості. Платон за покликанням – поет, "саме вигадка

споріднює поета й міфолога" [6, 60]. Застосовуючи свою міфотворчість, він висуває ідею ідеальної держави; "... попри всю фантастичність міфу, треба брати до уваги в ньому користь вигадки й навіть очевидної брехні, її "уподібнення істині" [6, 60]. Всі основні тексти міфологізованих прийомів містяться в "Політиці", "Державі" й "Законах".

Платон увійшов в історію культури як поет, письменник, історик, філософ, філософ-міфотворець, вчитель і наставник математиків, природознавець. Як філософ він поєднав у своїй системі піфагореїзм – філософію числа, яка привела його до ейдосів, філософію Геракліта, на ґрунті якої він розвивав діалектику як основу мінливості й розвитку, і філософську систему Сократа, котра спонукала його до визначеності, індуктивного й дедуктивного доведення. Він "відчуває недостатність міфу, коли філософу доводиться застосовувати нагальні доведення й переконання" [5, 70]. Часто вигадкам Платон протиставляє чіткі роздуми й розмірковування, які приводять його до гераклітівського "Логосу". Так, скориставшись єгипетськими переказами, легендою про винайдення писемності, числа й лічення, він твердить про божество Тевтеда, котрий перший винайшов число, лічення, геометрію, астрономію, та до того ще й шашки й гру в кості, а також письмена – оскільки для чіткої наукової побудови потрібні писемність, система наукового знання, математичні доведення й логічні висновки. У цього напрямі й буде свою систему Платон. Звісно, те, що Тевтед винайшов число, писемність, геометрію тощо, – це міф, але, отримавши його, людство почало будувати наукове знання й досліджувати об'єктивний світ. А.М. Чанишев зазначає: "На матеріалі піфагореїзму добре простежується формування філософії з міфології під впливом наукового знання (особливо математики) і загалом дедалі більш раціоналізованого мислення" [7, 244].

Фактично вся теорія пізнання Платона має математичну абсолютизовану основу; відірвавши від об'єктів дійсності їх математичні форми і спрямувавши їх на пізнання ідеальних об'єктів – ейдосів, він вважає їх об'єктивно істинними, незмінними сутностями. Філософ твердить: "Хто обізнаний у геометрії, той, поглянувши на них (візерунки на небі. – К. У.), найшов би чудовим їх виконання" [2, 342].

О.Ф. Лосев, досліджуючи процеси й явища в природі, дає визначення межового переходу. Він зазначає, що поняття межі функції – "це іррелевантна значущість речі, межа речовинного життя речі" [5, 108]. Ця стоїчна спрямованість у дослідженні процесу є приблизним передбаченням "загальнонаукової значущості межі

функції" [5, 108]. Така уявна побудова процесу керує цим становленням речей, їх напрямом. Цей процес є недосяжним, іррелевантним принципом. Але він виражає тенденцію руху, прагнення до певного значення, хоча б і недосяжного. У формалізованому вигляді у математиці цей процес зображується як межа функцій, котра "ніколи не є досяжною для величин, які до неї наближуються, проте вона керує цим становленням речей, цим їх напрямом" [5, 108]. У пізнанні це межове значення перебуває немовби попереду досліджуваного процесу, під час дослідження його ми прагнемо зробити це, але досягнути його в абсолюті неможливо.

Початкові філософські системи ґрунтувалися на міфологічній основі, на уяві мислителя. Створюючи свою уявну, імаґинативну дійсність, мислитель оперував абсолютними образами, завершеними абстракціями. При цьому в побудові теорії оперували законами не здорового глузду, а уявної логіки, що призводить до загадкових (енігматичних) проблем, у вирішенні котрих пролягає шлях уявлюваної ґносеології. Але такі абсолютні в природі неможливі, вони відіграють роль гіпотез. Наукові істини відносні.

Згідно зі своєю ідеальною умоглядною ейдосівською теорією пізнання, Платон суворо критикує всіх, хто звертається до наочності, креслення, емпірії, і вважає це ненауковим методом. "Що ж до решти наук, котрі, як ми казали, намагаються досягти хоча б щось із буття (йдеться про геометрію й ті науки, які йдуть за нею), то їм тільки сниться буття, а наяву їм неможливо його побачити, доки вони, користуючись своїми припущеннями, зберігатимуть їх незмінними і не розумітимуть їх. У кого началом є те, чого він не знає, а закінчення й середина складається з того, що не можна сплести до купи, чи може така непогодженість колись стати знанням?" [5, 345].

Платонівське порушення питання про досягнення істини в теоретичних побудовах відіграло певну позитивну роль у класичний період наукового знання, коли потрібно було опрацьовувати колосальний емпіричний матеріал й будувати систематизовану науку, хоча вона заснована на ідеалістичному ґрунті.

Але, незважаючи на низку помилкових положень Платона в питанні про побудову математики, у недооцінюванні практики й емпірії, мислитель правильно розумів значення математики, її роль у науковому пізнанні, у розвитку раціоналізму у філософській думці. Глобальна математизація досліджень, здійснювана Архімедом, Героном і особливо за Нових часів сприяла побудові теоретичного природознавства.

Ейдетична система Платона дістала застосування в канторовій теорії множин. Якщо зіставити основні поняття платонівського ейдосу – ідеї і канторової множини, то множина є математичним образом ейдосу в теорії множин. Сама теорія множин – конструктивна побудова розуму, що безпосередньо впливає з платонівської філософської системи. Канторова множина – актуальна безконечно вираховувана множина – є таким самим завершеним, але недосяжним абсолютом, як і платонівський ейдос.

Наведемо міркування Кантора щодо "Вчення про різноманітності": "Цими словами я позначаю одну надзвичайно важливу дисципліну, яку досі я намагався розробити лише в спеціальній формі арифметичного або геометричного вчення. Під "різноманітністю", або "множиною", я розумію загалом будь-яке множинне, яке можна мислити як єдине, тобто будь-яку сукупність певних елементів, котра може бути зведена до цілого за допомогою певного закону, і в такий спосіб я намагаюсь визначити дещо, споріднене з платонівськими $\epsilon\iota\beta\omicron\varsigma$ і $\iota\beta\epsilon\alpha$, а також тому, що Платон у своєму діалозі "Філеб або найвище благо" називає $\iota\gamma\theta\iota$). Він протиставляє його $\omicron\omicron\iota\epsilon\iota\rho\iota$), тобто безмежному, невизначеному. Тому, що я називаю невластне безконечним, так само як і $\tau\eta\rho\alpha^{\wedge}$, тобто межею, і називає його упорядкованою "сумішшю" обох останніх. На те, що ці поняття є піфагорійського походження, натякає і сам Платон" [8, 101].

Ейдоси Платона та "різноманітності", або "множини", Кантора постають такими абсолютами, які "можна лише визнати, але ніколи не пізнати, хоча б приблизно... Тому абсолютно безконечна послідовність чисел уявляється мені в певному розумінні відповідним символом абсолютного" [8, 101]. Визнаючи ці абсолюти, Кантор вважає їх можливими за чистих форм споглядання й уявлення світу, умоглядної його побудови. "Зовнішній досвіт може щонайбільше дати лише поштовх до створення цих ідей, насправді ж вони утворюються за допомогою внутрішньої індукції та дедукції", – зазначає Платон [8, 101].

Такі ейдоси-абсолюти знаходимо й у Р.Декарта в його "досконалості всіх досконалостей" – Бозі; можна натрапити на той самий теоретико-пізнавальний принцип у філософії Лейбніца – в абсолютній монаді, в якій відображується весь світ, і в кантівському критицизмі, котрий призвів до непізнаваності "речі в собі", і в гегелівському абсолюті, недосяжності абсолютного знання через "погану безконечність".

Платонові уявлення, міфологізм і злет його фантазії сприяли розвитку й іншого математичного напрямку – побудові "уявлюваної геометрії" М.І. Лобачевського (1792-1856). Заперечуючи п'ятий постулат Евкліда, Лобачевський побудував несуперечливу геометричну систему, геометрії від'ємної кривизни. Щодо неї геометрія Евкліда має межове положення. Уявлення й фантазія Лобачевського дали йому можливість відійти від традиційних принципів і погодитись з положенням, що сума внутрішніх кутів будь-якого трикутника на площині менша двох прямих (180°). Геометрична система Лобачевського має більше виразних і доказових можливостей, ніж геометрія Евкліда. У 1863 році італійський математик Бельтрамі довів, що на поверхні постійної від'ємної кривизни діє геометрія Лобачевського. Відтоді вона здобула загальне визнання й набрала подальшого розвитку, а геометрія Евкліда позбавилася статусу єдино можливої. Із застосуванням цих ідей було винайдено й інші геометрії. Геометрія Г.Рімана відкрила нові шляхи в цій науці, поєднавши в собі принципи геометрії і Евкліда, і Лобачевського. Термін "геометрія" (землевимірювання) втратив свою значущість (ще Платон відзначав "цю дивну назву "геометрія"); з появою неевклідових геометрій математичні побудови можна називати лише диференційовано: космометрія, мікрометрія тощо.

Застосовуючи метод М.І. Лобачевського, професор Казанського університету М.А. Васильєв спробував побудувати "уявлювану" неаристотелівську логіку. Смысл її полягає в тому, що, усунувши закон суперечності, котрий вважали логічною аксіомою, можна побудувати нову логічну систему. "Логіка ґрунтується на законі суперечності, має... емпіричну основу – як мають емпіричну основу й евклідова геометрія та її почуттєво "очевидний" для нас її п'ятий постулат" [9, 175]. Відкидаючи закон суперечності, М.А. Васильєв, крім позитивних і негативних, дійшов інших висновків:

- 1) і позитивних, і негативних водночас;
- 2) непозитивних і ненегативних, які автор назвав "індиферентними".

Васильєв зазначає: "Для цієї нової логіки дійсним є вже, як і для нашої логіки поняття, закон виключеного четвертого, а не виключеного третього... Якщо ми уявимо існування ще будь-якого відношення між суб'єктом і предикатом, то отримаємо логіку з чотирма якісно різними формами й судженнями й законом виключеного п'ятого" [9, 175]. Це приводить його до логік другого, третього та ін. вимірів. "Ми можемо мислити логічну систему з п'ятьма різновидами якісних розбіжностей суджень, і таку систему ми

називатимемо логічною системою m -ного порядку або n вимірів" [9, 176].

Але зазначимо, що під час побудови неаристотелівської логіки М.А. Васильєва – філософської дисципліни неевклідова геометрія Лобачевського стала образом – парадигмою в її побудові. Так, Васильєв, услід за Гуссерлем, вбачає у логічних законах ідеальні істини, "котрі є правильними незалежно від психологічного способу їх здійснення у свідомості. За такого розуміння закони логіки зближуються з законами математики... Саме математика дає нам строго логічні приклади уявлюваних дисциплін, як, скажімо, ту саму неевклідову геометрію" [8, 101].

Математика в процесі свого розвитку прагне до узагальнення своїх об'єктів, абстрагування й розширення їх можливостей. Логіка, вслід за математикою, робить те саме. Треба думати, що ідеї Платона, які сприяли таким глобальним побудовам, далеко не цілком вивчені й використані в теоретичних системах, на них чекають нові дослідження. Теоретичні математика й природознавство, вирізняючи певні абсолюти, побудовані на ейдичній системі Платона. Ці абсолюти являють собою межові значення реально існуючих об'єктів дійсності.

ФІЛОСОФІЯ МАТЕМАТИКИ АРИСТОТЕЛЯ

Найвидатніший мислитель стародавності – Аристотель (384-322 рр. до н.е.) – "найуніверсальніша голова серед греків", – зауважує Ф.Енгельс [1, 15]. І, дійсно, немає жодної сучасної йому галузі знання, яка б не привернула його уваги. Аристотель математиком не був, математичних робіт не писав, але, безсумнівно, добре знав новітні досягнення його сучасників математиків-піфагорійців, а також математиків платонівської академії, в якій він провчився 20 років. Він глибоко вивчив історію математики, проаналізував ряд філософських проблем математичного пізнання, що у сукупності утворюють так звану філософію математики Аристотеля.

Для нас особливий інтерес становить використання Арістотелем математики при розв'язанні світоглядних, методологічних і філософських проблем, а також теоретичних проблем інших наук. Але добір математичного матеріалу і спосіб його використання істотно залежать від розуміння математики, від рівня розробки філософії математики. У зв'язку з цим перед нами стоїть двоїсте завдання: на основі аналізу творів Аристотеля у хронологічній

послідовності розкрити факти використання ним математичних знань, структурної побудови математики і вивчення тих проблем, що стосуються філософії математики.

До Аристотеля теоретична математика пройшла значний історичний шлях і досягла високого рівня розвитку. Поряд з розвитком окремих розділів (арифметики, геометрії, астрономії, гармонії), неодноразово ставилося питання про систематизацію математичного знання, про його структурну побудову. Такі питання виникали в процесі викладання математики в різних школах. Перші спроби складання підручника з геометрії зробив Анаксимандр (610-540 рр. до н.е.): "Анаксимандр... учень і наступник Фалеса... ввів гномон і дав загальний начерк геометрії" [2, 116]. Наступні спроби систематичної побудови геометрії зробили Феодор (чи Теодор) з Кіреп (кінець V ст. до н.е.) - давньогрецький учений-піфагорієць, що займався математикою, теорією музики й механікою, а також Гіппократ Хіоський (друга пол. V ст. до н.е.) – давньогрецький геометр, автор першого систематичного твору з геометрії, що охоплює перші чотири книги "Начал" Евкліда. У цих та інших творах основні поняття й спосіб математичного мислення дістали філософського осмислення. Досить сильну філософську обробку й обґрунтування математичні поняття набули в академії Платона.

Продовжуючи історичну традицію філософського аналізу математичного пізнання, Аристотель порушив питання про необхідність упорядкування всього математичного й наукового знання, мистецтва ведення пізнавальної діяльності, що, на його думку, містить у собі два основні положення: "освіченість" і "наукове знання справи".

Аристотель не створив спеціального викладу методологічних питань математики. Але в усіх творах при викладі загальних методологічних положень він неодноразово звертався до математичних теорій і використовував їх для різних математичних методів і їх конкретизації та ілюстрації. З огляду на це, нам уявляється необхідним з творів Аристотеля виділити ті положення, що найбільш повно характеризують проблему систематизації і структурної побудови математики.

За Аристотелем, вихідним етапом пізнавальної діяльності є навчання, що засноване на попередньому знанні. За свідченням Евдема Родоського, в "Історії геометрії" відзначається, що подальші розробки окремих математичних теорій привели вчених до думки про необхідність їхньої систематизації, встановлення взаємозв'язку між математичними поняттями і розробленими теоріями.

Така постановка питання викликала до життя ряд її інших проблем: у логічно послідовній побудові курсів, їхньому взаємозв'язку, виборі першооснов, у побудові несуперечливих систем і інших положень. Паралельно з розвитком розділів математики оброблялися й розвивалися закони правильного мислення, логіка суджень, а також правильність побудови й обґрунтування суджень і висновків з них.

Математика виникла тим поштовхом у науковому пізнанні, що найбільш рельєфно оголила і поставила питання побудови структури і системи всього наукового знання і, насамперед, логіки мислення. Враховуючи цю значущість математики в структурній побудові наукового знання, Аристотель вперше провів широкомасштабний філософсько-методологічний аналіз побудови математики як дедуктивної науки і падав цій побудові подальшого розвитку. Проведений ним філософський аналіз основних сторін математичних теорій став методологічною основою для багатьох наступних поколінь математиків і філософів, а його розуміння процесу дедуктивних побудов в істотних моментах і нині є основним. У різноманітній філософській системі Аристотеля виділяються положення, що безпосередньо належать до процесу побудови дедуктивної теорії. "У пізнанні будь-якої речі, – пише Аристотель, – ми досягаємо впевненості тоді, коли з'ясовуємо її перші начала і розкладаємо її аж до елементів" [5, 61]. Здобуті в результаті цього розкладання знання розгортаються в наукову теорію за допомогою дедуктивного висновку і доказу. При цьому в доказі виділяються три аспекти: "Те, відносно чого доводиться, те, що доводиться, і те, на основі чого доводиться" [4, 275].

Перший аспект характеризує предмет доказу, другий – доведене твердження про деякий предмет. Невизначеним залишається третій аспект, тому що "на підставі чого" доводиться, що є посилками доказу (аксіоми, постулати, визначення), а також можуть бути використані попередні, раніше доведені пропозиції й принципи побудови доказу (несуперечливість, незалежність і повнота системи аксіом).

Ця загальна структура побудови дедуктивної теорії використовується Аристотелем при побудові формальної логіки. Вона ж стала теорією доведення і для дедуктивної математики. Основним принципом, що визначає всю структуру наукового знання, є принцип зведення усього до начал і виведення усього з начал. "Начало ж доведення, – зазначає Аристотель, – це не опосередкована посилка, а неопосередкована – така, якій не передує жодна інша" [4, 260]. Універсальним же методом здобування знань з елементів, з

першооснов, за Арістотелем, виступає силогістичний висновок, доведення, "доведення є силогізм з необхідних [посилок]" [4, 236]. Такий силогізм дає знання, яке здобуваємо з першооснов на основі логічного висновку.

Ця загальна структура доказового наукового знання використовується Арістотелем і при побудові формальної логіки і структурній побудові математики. Він визначає предмет математики, розкриває природу математичних положень і їхні основи. "Розум, мислячи математичні предмети, – пише Аристотель, – мислить їх абстрагованими від тіла, хоча вони і не віддільні від нього" [3, 439]. Математичними формами користуються інші науки. "Математика ж має справу з формами, – зазначає Аристотель, – а не з субстратом" [4, 282]. Те, що засновано на чуттєвому сприйнятті, належить до вивчення природи (наприклад, вивчення світил, гармонії звуків, живої природи тощо). "У цьому випадку знання того, що є, – говорить Аристотель, – засіювано на чуттєвому сприйнятті, знання ж того, чому є, – * на математиці" [4, 282].

Аристотель вбачає у предметі математики абстрактну модель об'єктів світобудови, що реально існують, об'єкт, відзначає він, існує поза і незалежно від суб'єкта, що пізнає; предмет же математики – конструктивна побудова розуму. Яким чином математик формує предмет своєї науки? Він розглядає реальні об'єкти, відволікаючись від усіх властивостей, що сприймаються почуттями, "...наприклад, вага і легкість, твердість і протилежне їм, а також тепло й холод і всі інші протилежності, що чуттєво сприймаються, і залишає тільки кількість та неперервне" [5, 278].

Таким чином, предмет математики визначається через єдність абстрактних протилежностей (кількісна визначеність і неперервність), що в об'єкті органічно пов'язані з іншими (почуттєвими) протилежностями, але в процесі формування предмета виділяються в "чистому вигляді". "Кількістю називається те, – зауважує Аристотель, – що ділимо на складові частини, кожна з яких, буде їх дві або більше, є за природою щось і визначене дещо. Будь-яка кількість є множиною, якщо вона зчисленна, а величина – якщо вимірна. Множиною ж називається те, що в можливості ділимо на частини неперервні, величиною – на частини неперервні" [5, 180].

Розглядаючи всяку безупинну величину як результат руху в часі, Аристотель говорить: "Я розумію під неперервним те, що ділимо назавжди ділимі частини..." [4, 182]. Ця безупинна величина стала основою в геометричних побудовах, а кількість – в арифметичних

відношеннях. Нескінчене ділене приводить до абстракції потенційної нескінченності, а до кінця зчислена кількість – до актуального.

Розглядаючи поняття перервного -дискретного і зіставляючи їх з поняттям безупинного-континуального. приходимо до різних суперечностей кінцеве-нескінчене. До суперечностей приходимо тому, що в математиці систематично відбуваються спроби виразити безупинну величину через дискретну, нескінченну – через кінцеву, актуальну нескінченність – через потенційну. Усі протилежності, властиві математичному предмету, мають об'єктивний зміст, що особливо докладно розглядається щодо нескінченного, яке диференціюється на потенційне й актуальне нескінченне.

Аристотель розмежовує математичне й філософське розуміння кількості. Філософське визначення кількості покликане розкрити його суть у взаємозв'язку з іншими філософськими категоріями. Математик не дає "жодного обґрунтування суті предмета, а виходить з неї: в одному випадку показує її з допомогою чуттєвого сприйняття, в іншому – приймаючи її як засновок, вона з більшою або меншою строгістю доводить те, що саме по собі властиве тому роду, з яким має справу" [3, 180].

Але, розглядаючи структурні побудови математики, необхідно визначити, що є предметом дослідження. "Насамперед слід сказати, про що дослідження і справа якої воно [науки], – говорить Аристотель, – воно про доведення, і це справа науки, що доводить" [4, 119]. У даному випадку об'єктом дослідження є дослідження самого доведення, тому що доведення дає наукове знання. "Під доведенням же я розумію науковий силогізм" [4,259]. Але, щоб науковий силогізм в результаті дедукування давав істинне знання, "... посилки повинні бути істинними, бо не можна мати знання про те, чого немає, як, наприклад, про те, що діагональ сумірна [із стороною квадрата]" [4, 259]. Отже, силогізм дає достовірне, доведене знання, якщо посилки правильні, правильні й логічні висновки. "Отже, доведення є силогізм з необхідних [посилок]" [4, 263]. Під "необхідними посилками" Аристотель розуміє найперші, відомі й попередні посилки, на підставі яких можна виводити різного роду висновки за допомогою силогізму (логічної операції).

Вихідний зміст предмета математики визначається системою начал, що включає аксіоми, вихідні визначення, постулати, пропозиції. Ці начала більш відомі, ніж наступні доводжувані положення. Вони диференціюються за ступенем спільності на арифметичні, геометричні, загальноматематичні, що розкривають наявність чи існування визначених властивостей. На основі

аксіоматики дедукується послідовність похідних положень. Процес логічного виведення регламентується принципами несуперечливості й незалежності і здійснюється відповідно до законів формальної логіки й правил силогістики. Принцип повноти в Аристотеля не має чіткого формулювання, хоча, безсумнівно, його виконувальність передбачалася. Але ці принципи дедуктивної системи розглядалися відокремлено, без встановлення між ними взаємозв'язку. Ця система принципів не стала предметом самостійного математичного і філософського дослідження. Вона знайшла свій спеціальний розгляд у працях Курта Геделя й інших логіків. Структурна побудова математики привела свідомість учених стародавності до свідомої раціональної побудови логічних прийомів суджень, а також до формулювання логічних принципів і проблем. Такого роду принципи ведення суперечки розроблялися Гераклітом Ефеським, елеатами, софістами, подальший розвиток вони дістали в діалогах Сократа і Платона. Але як теорія логічного навчання, теорія логіки розроблялася в стоїчній, епікурейській й аристотелівській школах. Основне досягнення Аристотеля в логіці – це створення теорії силогічного умовиводу і засіюваної на ній концепції доведення. Щодо силогістичних доведень, то вони подібні геометричним. "Подібним же чином говорять і про елементи геометричних доведень, і про елементи доведень взагалі: доведення первісні і доведення, що входять у склад більшої кількості доведень називаються елементами доведення, – говорить Аристотель, – а такі первісні силогізми створюються кожний з трьох [членів] за допомогою одного середнього [терміна]" [3, 148-149]. Аналогічний підхід здійснив і Платон, розробляючи свою гносеологію, основним принципом якої було "пізнання – пригадування", використовуючи прийоми математики, зокрема геометрії – прийом "виходячи з посилок". "Коли я говорю "виходячи з посилки", – пише Платон, – я маю на увазі те саме, що часто роблять у своїх дослідженнях геометри" [6, 73-74].

Величезна заслуга Аристотеля в побудові логічних навчань полягає в тому, що він виділив логіку в окрему самостійну дисципліну, піддав глибокому дослідженню й побудував струнку систему теорії доведення. Окремі питання логічних побудов до Аристотеля розробляли Протагор, Зенон, Демокрит, Платон та ін. Аристотелю вперше вдалося систематизувати й кодифікувати прийоми суджень, які у його попередників залишалися реформованими і неясними.

Так, Арістіпп вважав, що математика нічого не говорить "про прекрасне або благе. Насправді ж вона говорить насамперед про

нього і виявляє його", – відзначає Аристотель [3, 326-327]. Під найважливішими видами прекрасного і благого та дослідження його за допомогою математичних структур для їхнього пізнання Аристотель вважав за необхідне встановити "злагодженість, сумірність і визначеність, математика більш за все і виявляє саме їх", – продовжує Аристотель [3, 326-327].

Платон дійшов до своєї ейдетичної філософії, виходячи з ідеї Геракліта про постійну плинність і мінливість та з піфагорійського поняття числа. "Сократ досліджував моральні чесноти і перший прагнув дати їх загальні визначення" [3, 326-327], і далі продовжує Аристотель: "І справді, дві речі можна по справедливості приписати Сократу-доведення через наведення і загальні визначення: і одне, і друге стосується начала знання" [3, 327-328].

Ці й інші висновки створювали підвалини серйозному заняттю в побудові структури наукового знання, логічного навчання.

Аристотель визначив предмет логіки, посилок, силогізм (досконалий, недосконалий). Він сформулював три закони логіки (тотожності, суперечності, закон виключеного третього). Четвертий закон – закон достатньої підстави, у явному вигляді не представлений, хоча в його навчанні він присутній (він був сформульований Лейбніцем при побудові математичної логіки). Це були окремі фрагменти логічних побудов. Сам Аристотель з цього приводу відзначає: "І в мистецтві красномовства було багато чого і давно сказано. Що ж до умовиводів, то ми не знайшли нічого такого, що було б сказане до нас, а повинні були самі створювати його з великою затратою часу і сил" [3, 292].

Формальна логіка Аристотеля як розділ філософії виникла з математики форм і побудов, з математичних методів і оформилася в самостійну науку як теорія доведення для математики, механіки, фізики, статички, гідростатички, судової практики, ораторського мистецтва й інших наук. Вона знайшла статус загальнонаукового знання. "Я думаю, – говорить Лейбніц, – що винайдення силогічної форми є одним з найпрекрасніших і навіть найважливіших відкриттів людського духу. Це свого роду універсальна математика, все значення якої ще недостатньо зрозуміле" [7, 492-493].

Ця формально-логічна система Аристотеля дала можливість вченим наступних поколінь будувати наукове знання за цією формою. Формальна логіка стала парадигмою й тією науковою структурою, за якою можна було будувати все наукове знання. Вперше на такій строгій логічній основі були побудовані "Начала" Евкліда. Треба думати, що його попередники Феодор Кіренський, Гіппократ

Хіосський й інші систематизатори математики не змогли побудувати систематичних курсів геометрії, математики падостатньому науковому рівні через відсутність "теорії доведення". Евклід зумів побудувати свої чудові "Начала", скориставшись формальною логікою -теорією доведення Аристотеля. Невипадково після опублікування "Начал" Евкліда всі інші математичні побудови втратили свою значущість.

Вивчаючи математичну й філософську спадщину великих попередників, Аристотель відзначає великий вплив математики на розвиток філософії: "... Математика стала для теперішніх мудреців філософією..." [3, 90]. Такий раціоналістичний підхід до побудови філософської думки сприяв її становленню на тверду наукову раціоналістичну основу.

Математичні доведення, загальна теорія доведення мають у математиці таке саме значення, яке мають і в інших науках. При дослідженні методологічних питань особливий інтерес становлять ті питання, що тісно пов'язані з загальнофілософськими, методологічними принципами. Аристотель відзначає загальність математичних доведень. Він розглядає математику як систему математичних теорій, в якій є загальноматематичні положення і конкретні, що належать до окремих математичних дисциплін. За ступенем їхньої загальності він розташовує теоретичні дисципліни: спочатку йде арифметика, потім – геометрія, а далі – астрономія, гармонія. Загальноматематичні положення справедливі як для арифметики, так і для геометрії. Але ці розділи мають і свої розходження. Так, загальними положеннями можна вважати пропорційність чисел в арифметиці й різного роду величин у геометрії. Але ці математичні дисципліни мають свої предмети й методи. Не можна припущення однієї науки доводити Методами іншої, за винятком їхньої підпорядкованості.

Так, Аристотель розташовує загальноматематичні положення, далі йде арифметика, за нею – геометрія (планіметрія, за нею – стереометрія). Залежно від підпорядкованості, він встановлює таку послідовність дисциплін: оптика – від геометрії, механіка – від стереометрії, гармонія -від арифметики й спостереження небесних явищ – від астрономії. Усі розділи математики й математизовані дисципліни підпорядковуються загальноматематичним положенням. "Але, втім, важче за все для людини пізнати це, найбільш загальне, – говорить Аристотель, – бо воно далі за все від чуттєвих сприйнять. А найбільш строгі ті науки, які понад усе займаються першими початками: адже ті, хто виходить з меншої кількості [передпомилок],

більш строгі, ніж ті, які здобуваються на основі збільшення (наприклад, арифметика більш строга, ніж геометрія)" [3, 68].

Усі ці питання характеризують методологію й філософію математики Аристотеля. Багато математичних положень, як, наприклад, проблеми нескінченного, безупинного, проблеми основ наук та ін., тісно пов'язані з філософією Аристотеля. Таким чином, питання методології математики Аристотеля являють собою цілісну систему, що, і визначає основний зміст філософії математики Аристотеля.

В основі філософії математики Аристотеля лежить матеріалістичний світогляд, відображення і пізнання об'єктивного світу, його математична система погоджується з об'єктивною дійсністю. Починаючи побудову своєї філософської системи з першооснов, з аксіом, Аристотель піддає їх глибокому філософському дослідженню й обґрунтуванню. "Тепер слід пояснити, чи повинна одна наука або різні займатися, з одного боку, тим, -говорить він, – що в математиці називається аксіомами, з іншого ~-сутністю" [3, 124]. Встановлення сутності першооснов – не справа самої цієї науки (арифметики чи геометрії), це справа більш загальної науки - філософії. "Тому ніхто з тих, хто вивчає часткове, – говорить Аристотель, – не береться якимось чином стверджувати, істинні вони чи ні, – ні геометр, ні арифметик, хіба що тільки дехто з тих, хто розмірковував про природу, з боку кого робити так було цілком природно: адже вони вважали, що вони одні вивчають природу в цілому і суще [як таке]" [3, 124]. Такий матеріалістичний підхід Аристотеля в корені відрізняє його філософську систему від ейдетичної системи Платона. Аристотель розглядає першооснови математики як деякі абстрактні цеглинки світобудови, істинність яких варто встановлювати засобами і можливостями не дедукції, не математичними, а діалектичними, тобто засобами більш загальної науки. "Що дослідження начал умовиводів також є справою філософа, тобто того, хто вивчає всяку сутність взагалі, якою є вона від природи..." [3, 125]. Математик повинен виконувати різного роду структурні побудови, використовуючи ці істинні першооснови, сформульовані філософами, які вивчають всяку сутність, які володіють широким пізнанням в галузі природи й привабливими достовірними знаннями даного предмета і повинні вказати найбільш достовірні начала для усього.

Аристотель критикує Платона, Арістіда й інших філософів за неправильний підхід в обґрунтуванні аксіом. "А спроби інших, хто розмірковує про істину, розібратися, як слід розуміти [аксіоми],

пояснюється їх незнанням аналітики, бо [до розгляду] повинен приступати, вже зарані знаючи ці аксіоми, а не вивчати їх, почувши про них" [3, 124].

На відміну від піфагорійців і Платона, у своїй методологічній і філософській системі Аристотель заперечує первинність математичних об'єктів відносно об'єктів світобудови, почуттєвих речей, у раціоналістичному підході в побудові філософської системи, у визначенні предмета математики й у інших питаннях. Проводячи філософське обґрунтування першооснов математики, Аристотель, в свою чергу, розглядав математику як один з наймогутніших і найплідніших джерел формування багатьох розділів філософії їхньої раціоналістичної побудови. Такі фундаментальні характеристики математики, як кінечне й безкінечне, дискретне й неперервне, рух і спокій, відносність понять прямого і кривого розроблялися Арістотелем з урахуванням їхнього математичного витлумачення.

Найбільш виразний вплив математики на розвиток філософської системи Аристотеля виявився в побудові його формальної логіки, теорії доведення, у його силогічній системі. При побудові своєї аналітичної системи Аристотель широко використовує математичні ілюстрації. Ці ілюстрації відігравали роль парадигм у побудові формальної логіки. Але, у свою чергу, формальна логіка й методологія математики Аристотеля стали теорією доведення і філософською основою для подальшого розвитку математики. Ці теоретичні побудови Аристотеля стали основою побудови "Начал" Евкліда, теорії кінчних перетинів Аполлонія Пергського, аксіоматичної побудови механіки й гідростатики Архімеда. Ця теоретична конструкція набула широкого застосування європейськими вченими, вона є основою в побудові наукового знання й у наш час. Користуючись формально-логічною системою Аристотеля як теорією доведення, були побудовані такі класичні дисципліни, як "Начала" Евкліда, класична механіка Ньютона, аналітична механіка Лагранжа, етика Спінози. Подальшого розвитку формально-логічні системи дістали в напрямку ступеня їхньої абстрактності: формальна – конкретно змістовна, напівформальна – абстрактно змістовна й формалізована, яка є вищим класом побудови дедуктивних теорій, в якій особливу роль відіграють методологічні принципи несуперечливості, повноти, незалежності й проблема можливості розв'язання.

СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАУКОВИХ І ФІЛОСОФСЬКИХ ЗНАНЬ У ТВОРАХ АРИСТОТЕЛЯ – ФОРМА РОЗВИТКУ АНТИЧНОЇ РАЦІОНАЛЬНОСТІ

Наукова й філософська спадщина Аристотеля величезна. Більше двох тисячоріч її активно аналізують і коментують багато поколінь дослідників, починаючи від Теофраста (бл. 371-286 до н.е.) і Евдема Родоського (бл. 300 до н.е.), до Г. В. Лейбніца (1646-1716) і представників логіцизму: Б. Рассела, Г. Фреге, А. Ларського, Я. Лукасевича й інших. З неослабною увагою проводять дослідження філософської спадщини Аристотеля й сучасних учених О.Ф.Лосєв – "История античной философии" – М.: Мысль, 1989. – 206 с.; А. М. Чанишев – "Философия древнего мира" – М.: Высшая школа, 2001. – 703 с.; І. З. Цехмістро – "Холистическая философия науки" – Университетская книга. – Суммы, 2002. – 362 с.; О. І. Кедровський, К. М. Узбек "Система принципов построения дедуктивных теорий" – К.: Высшая школа, 1990. – 132 с.; Л. М. Терентьева – "Совершенный силлогизм Аристотеля как модель рациональности силлогистического вывода" // Матеріали V Харківських міжнародних Сковородинських читань. – Харків, 1998. – С. 81–83; К. М. Узбек "Філософія математики Аристотеля" // Мультиверсум. Філософський альманах. – Вип. 27. – 2003. – С. 106–114.

У творах Аристотеля піднімається ряд проблем, які актуальні для сучасності, але не одержали належного висвітлення в наявних наукових і філософських публікаціях. До них належить зокрема проблема розробки Аристотелем вчення про побудову логіки як науки.

Хронологічно творча діяльність Аристотеля поділяється на три періоди:

1. перший афінський період – з 367 р. до н.е., коли він прибув в Афіни й став слухачем "Академії" Платона, де пробув 20 років;
2. другий період – "роки мандрівок" (347-334 р. до н.е.);
3. другий афінський період (епоха Лікея).

У 334 р. до н. е. Аристотель знову в Афінах. Він відкриває тут філософську школу – Лікей, у якій училися кілька сотень його учнів і послідовників.

Твори епохи Лікея – це найбільший доробок зрілого Аристотеля. Вони становлять основний інтерес із погляду сформульованих нами вище питань як предмет дослідження двох проблем (розвиток раціональності в побудові науковчення і проблема побудови логіки як науки та систематизація філософських і конкретнонаукових знань).

Науковчення. У загальному вигляді воно може бути визначене як вчення про науку, способи її визначення й побудови у вигляді системи знання. Вищою формою науковчення є метатеорія – теорія, що аналізує методи й властивості якої-небудь іншої теорії – так званої предметної (або об'єктної) теорії. Найбільш розвинутий характер у цей час мають метатеорія логіки (металогіка) і метатеорія математики (метаматематика). Їхнім основоположником є Д. Гільберт (1862-1943), що і увів у науковий обіг це поняття "метатеорія" у зв'язку з його програмою обґрунтування класичної математики засобами створеної його школою формалістів теорії доказу (метаматематики). Ряд важливих метатеоретичних результатів (головним чином семантичного змісту) був отриманий А. Тарським [1, с. 670].

Аристотель виступає як предтеча метатеорії, оскільки розмежовує рівень "наукового знання справи" і метарівень, що він називає "освіченістю". "При всякому спостереженні й способі дослідження як пересічного, так і більш високого порядку, існують, очевидно, два шляхи до досягнення предмета: один з них добре назвати науковим знанням справи, інший – освіченістю", – пише він [2, с. 33]. "Освіченість" передує "науковому знанню справи". [3, с. 98].

"Усяке навчання й усяке засноване на міркуванні навчання витікає із знання, яке вже було раніше" [4, с. 257]. Наявне знання не є безумовним, воно необхідно включає елементи незнання. Якщо цього не визнавати, то зіштовхуємося з думкою агностиків, проти яких виступив Платон в "Меноні": "люди ...або нічому не навчаються, або навчаються тільки тому, що вже знають" [4, с. 258].

Щоб щось знати про предмет, який нас цікавить, потрібно, за Аристотелем, у власному дослідженні виходити з викладок і критики "думок попередників".

Думка (докса) і знання (епістема) розмежовуються Аристотелем у відповідності зі сформованою в давньогрецькій філософії традицією, що сходить до Ксенофана, у якого знання істини проголошується прерогативою божественного суб'єкта, на частку людини залишається тільки "здогад" або "думка". Той же мотив обмеженості людського знання думкою є й у Геракліта, і в Алкмеона. Парменід співвідносить думку й знання з різними рівнями реальності: почуттєве сприйняття, спрямоване на мінливий світ становлення, приводить до "думок"; мислення й розум (логос), звернені на осяжний розумом світ незмінного буття, приводять до істини, причому зберігається кореляція "думки" з людським, а "знання" з божественним (тобто надлюдським) суб'єктом" [1, с. 380].

Сократ у діалозі Платона "Теетет" розвиває тезу про те, що навіть "правильний погляд" не є "знання". Платон в "Державі" розглядає поняття "докса" в ряді гносеологічно-онтологічних співвідношень. Істинному знанню на онтологічному рівні відповідає істинне буття (ейдос), незнанню – небуття; докса займає проміжне положення між знанням і незнанням, тому на онтологічному рівні їй відповідає проміжна сфера між буттям і небуттям – чуттєвий світ [1, с. 380].

За Аристотелем, думка – це щось "незрозуміле", коли хтось "думає, що хоч справа протікає саме так, а вона може протікати і по іншому, тоді ніхто не заважає, щоб він мав думку, так, що такі речі будуть предметом думки, а необхідне – предметом знання" [4, с. 312].

Знання може бути або безпосередньо-інтуїтивним, або дискурсивним. Перше є результатом діяльності розуму (нус), друге характеризується як епістема (якщо воно виходить із необхідних посилянь) або як докса (думка), якщо посилення (базисні тези) мають імовірнісний характер.

Розмежувавши знання взагалі й погляди, Аристотель розмежовує знання і загальнонаукове знання. Слова "наука" від дієслова "учити" у сучасному розумінні в нього немає. У його творах мова йде про значення (епістема), міркування (ціанойа) і мудрість (софія), що включає й знання, і міркування, виступаючи тим самим еквівалентом нашого слова "наука" [5, с. 347].

Розвиток пізнавальної діяльності Аристотель представляє як сходження від почуттєвого сприйняття до пізнання принципів. Останнє є вищою наукою або мудрістю. Міра прилучення знання до мудрості визначає ступінь науковості знання.

Почуттєве сприйняття за Аристотелем в принципі ненаукове, "адже сприйняття почуттями властиве всім, а тому це легко, і нічого мудрого в цьому немає" [4, с. 68].

У "Метафізиці" Аристотель говорить: "Багато спогадів про один і той самий предмет набувають значення одного досвіду завдяки пам'яті" [3, с. 65], і далі продовжує він: "Коли на основі придбаних на досвіді думок утвориться один загальний погляд на подібні предмети" [3, с. 65-66], тоді з'являється мистецтво. Аналізуючи отримані знання, Аристотель говорить: "Відносно діяльності, досвід, очевидно, нічим не відрізняється від мистецтва; мало того, ми бачимо, що досвідчені процвітають більше, ніж ті, хто не має досвіду. Причина цього в тім, що досвід є знання одиничного, а мистецтво – знання загального, усяка ж дія й усяке творення стосується одиничного: адже лікуючий лікує не людину взагалі,... а Кіллія або Сократа" [3, с. 66].

Визнання базового положення почуттєвих сприйняття у процесі сходження до знання принципів, висока оцінка в цьому сходженні щабля досвіду й т.п. свідчать про досить сильно виражену лінію сенсуалізму й емпіризму у філософії Аристотеля, але в цілому в нього має місце припущення ролі почуттєвого знання й домінування раціоналізму. Це проявляється вже в порівнянні досвіду й мистецтва.

Далі Аристотель зіставляє знання з досвідом і мистецтвом, вважаючи, що знання більше підходить до мистецтва, до узагальнення досвіду: "Але все-таки ми думаємо, – говорить він, – що знання й розуміння належать більше до мистецтва, ніж до досвіду, і вважаємо тих, хто володіє мистецтвом більш мудрим, ніж тих, хто має досвід, тому що мудрість у кожного більше залежить від знання, і це тому, що перші знають причину, а другі ні. Справді, ті, що мають досвід знають "що", але не знають "чому"; ті, що володіють мистецтвом знають "чому", тобто знають причину" [3, с. 66].

Ще більш виразно системно-раціоналізований склад розуму Аристотеля проявляється в його розумінні природи наукового знання. Вказуючи, що наука – це знання, що виходить за межі звичайної чуттєвої інформації, він мав на увазі мислення. Відсутність в античності досить розвинутої експериментальної діяльності не дозволяло сформулювати поняття експериментальної науки. І чуттєве сприйняття, і досвід (як нашаровування чуттєвих сприйняття один на одного) дають відомості про одиничне. Для Аристотеля воно хаотичне, а предмет науки – необхідне й загальне.

Загальне не проявляється як результат абстрагуючої діяльності мислення, знання загального не з'являється зі знання одиничного, а лише виявляється завдяки такому знанню. Саме ж по собі знання загального закладене в розумній душі людини потенційно" [5, с.337]. Щоб перенести знання загального зі стану потенції в стан здійсненості, потрібний як пасивний розум (розум), так і активний розум" [5, с.338].

Рівень знань, який передусь розмірковуванню служить мірою його науковості. "Усяке знання засноване на міркуваннях або якомусь чином причетне до розмірковування, має своїм предметом більш-менш точно визначені причини або начала" [3, с. 180]. Тут має місце свого роду мінімум науковості. На цьому рівні наука принципово не відрізняється від мистецтва: і те, і інше пізнають загальне через причини. Але між ними є соціальне розходження. За Аристотелем, науки не служать ніякій користі суспільства, а мистецтва існують заради якої-небудь вигоди або користі. Наука існує заради себе самої, це знання заради знання [5, с.347].

Але існує й максимум науки, коли вона пізнає щось з абсолютною точністю, її предмет є необхідним, загальним, вона органічно пов'язана з доказовим знанням.

Між мінімумом і максимумом науковості розташований ряд наук, кожна з яких "має свій предмет, вона утворює деяку єдність, у якій є більш загальне й менш загальне, і останнє підлегле першому" [5, с. 348].

Наука являє собою складну систему, Аристотель проводить класифікацію сформованого різноманіття наук.

Він розрізняє три роди наук: теоретичні, практичні й творчі. До теоретичних наук належать: "перша філософія" (метафізика), фізика й математика. Критерієм їхнього розходження є предмети цих наук. "Першій філософії слід досліджувати суще як суще – що воно таке, і яке все властиве йому як сущому" [3, с. 182]. Фізика "займається предметами, що існують самотійно, але рухомими; деякі частини математики досліджують хоча й нерухоме, однак, мабуть, те, що існує несамотійно, а як стосовне до матерії; перша ж філософія досліджує самотійно існуюче й нерухоме" [3, с. 181].

Цим висловленням Аристотель підтверджує суть своєї позиції стосовно математики класичного періоду. Будучи прибічником чистої математики, що склалася ще в Академії Платона, він, як і Платон, виступав проти введення в математику й інші умоглядні науки різних механічних методів, вважаючи це "простим ремеслом", що веде до емпіризму й практицизму. Ні Платон, ні Аристотель не сприйняли нововведень Гіппія Еллідського, Архіта Тарентського, Евдокса Кнідського, Менехма й інших математиків класичного періоду, які ввели в математику рух, змінну величину, з'єднали з механічними процесами. Всі ці нововведення привели до зародження механіко-математичних методів у науковому пізнанні, до зародження нових математичних методів, які одержали свій розвиток у творчості Архімеда й з'явилися основою в створенні диференціального й інтегрального числення.

В афінський класичний період склалася така парадоксальна картина: у філософії одержали загальне визнання рух, мінливість, розвиток; різні філософські системи були побудовані саме на цих принципах (Геракліт Ефесьський, атомізм Левкіппа-Демокрита й інші), ці ідеї сприйняли Платон і Аристотель, а в математиці дотримувалися консервативних поглядів. Введення в математику механічних методів і креслення вважалося поверненням до емпіризму й простого ремесла. Цей консерватизм був переборений мислителями Олександрійської школи Архімедом, Аполлонієм Пергським і іншими вченими.

Другим основним вченням Аристотеля, яке ми тут обговоримо, є його логічне вчення. Одним з вихідних методологічних вимог Аристотеля була присутність у власному дослідженні предмета викладок і критики думок попередників [1, с. 147]. Реалізувавши цю вимогу стосовно вчення про побудову логіки як науки, він заявляє, що в цій галузі "у наявності не було рівно нічого", "ми не знайшли нічого такого, що було б сказане до нас, а повинні були самі створювати його (вчення – К.У.) з великою витратою часу й сил ...вам, слухачам, варто бути поблажливими до недоглядів у цьому вченні, а за все досягнуте нами – глибоко вдячними" [4, с. 593]. Спочатку, знайомлячись з такою заявою Аристотеля, приходиш дивуєшся: невже ніхто з попередників Аристотеля не зробив нічого в розвитку логічних навчань – ні філософи, ні математики, ні риторики, ні представники інших наукових напрямків? Якщо погодитися із заявою Аристотеля, то залишаться непоміченими побудови елеатів, софістів, атомістів, Сократа, Платона, математичні побудови Гіппократа Хіосського, Феодора Киренського, Архіта Тарентського, Евдокса Кнідського й багатьох інших. Так Архіт Тарентський "...перший упорядкував механіку, приклавши до неї математичні основи, і перший звів рух механізмів до геометричного креслення. Він намагався через перетин напівциліндра одержати дві середні пропорційні для подвоєння куба" [6, с. 355]. Аналізуючи геометричні побудови Архіта, Б.Л. Ван Дер Варден відзначає: "На кресленні Архіта все перебуває в русі: його мислення кінематичне. Уже в стародавності помітили, що він увів у геометрію механічні методи" [7, с. 211]. При цьому у своїх висновках і доказах він прагне розробляти й строго дотримуватися логічних принципів. "Архіт у VIII книзі, як і в інших його збережених уривках, увесь час б'ється над логікою, – говорить Б. Л. Ван Дер Варден, – щосили намагається задовольнити її строгим вимогам..." [7, с. 215], і далі продовжує Б. Л. Ван Дер Варден: "...недосконала логіка Архіта – це воістину особиста особливість цього, в інших відносинах такого чудового математика" [7, с. 215].

Ці строгі логічні форми й принципи математиків і філософів лягли в основу побудови формальної логіки Аристотеля. Однозначне твердження по цьому питанню наводить французький дослідник Г. Вейль: "Логіка Аристотеля була власне кажучи залучена з математики" [8, с. 35]. Більш докладно й аргументовано зупиняється на побудові й обґрунтуванні логічних побудов О.І.Кедровський: "Мабуть, найбільш чітко й різнобічно проявляється вплив математики на логіку й методологію науки Аристотеля. Його силогістика витікала

переважно з математичних наук, оскільки в останній вона до цього була розвинена найбільш досконало" [9, с. 110].

Уважаючи математичні докази найбільш досконалими формами одержання істинного знання, Аристотель силогізми формальної логіки будує відповідно до математичних форм доказу: "Під доказом же, – говорить він, – я розумію науковий силогізм" [4, с. 259].

У цей класичний період логічні форми мислення виявилися досить повно й в інших сферах інтелектуальної діяльності людини: ораторському мистецтві, риториці, судових процесах, наукових і філософських диспутах. Але структурна побудова силогізмів відповідала логічним формам математичних доказів, тому формальну логіку по праву назвали "дитя математики", так як ці форми "залучені" з неї. Б. Л. Ван Дер Варден говорить: "Коли Аристотель зібрав воєдино правила логіки, то цим він просто систематизував ті закономірності, які він знайшов у міркуваннях попередніх йому математиків і філософів" [7, с. 211]. За Б.Л. Ван дер Варденом, Аристотеля треба вважати не творцем формальної логіки, а її систематизатором. "Більшість своїх прикладів він запозичує із математичних підручників свого часу. Однак, ясно, що ці підручники в логічних побудовах додержувалися зразків великих математиків, які були в оригінальних роботах, а не навпаки. Звідси витікає, що мислення грецьких математиків ще задовго до Аристотеля повинне було задовольняти досить строгим вимогам" [7, с. 215].

Як видно із цих висловлювань, логічні форми побудови створювалися в різних галузях наукового знання, неможливо було будувати математичні розділи й теорії, не розвиваючи логічні судження; аналогічну аргументацію можна привести й у розвитку риторики, ораторського мистецтва, судових процесах. Але в чому ж полягає значимість і сила аристотелевських логічних побудов?

Заява Аристотеля не означає, що ніхто до нього не застосовував систематизовані й кодифіковані судження. Він уперше поставив перед собою завдання систематизованої й стрункої побудови логічних вчень, "які в його попередників залишалися неясними й несформульованими" [10, с. 12]. Своїми попередниками Аристотель називає піфагорійців, Зенона з Елеї, Демокрита й особливо Сократа. До цих імен варто було б додати імена математиків (які були названі раніше) Теодора (або Феодора) Киренського, Гіппократа Хіосського, Архіта Тарентського, Евдокса Кнідського й інших. "Все це так, – говорить З. Мікеладзе, – але в цьому випадку справа стосується не того, хто вперше застосував, а хто вперше почав досліджувати те, що застосовується як прийом, спосіб, мистецтво дослідження" [11, с. 6].

Спонукальним мотивом логічних досліджень Аристотеля, тим феноменом, що як проблема відкрилася здивованому погляду його першого дослідника й породила логіку як науку, була "разюча сила промов", тобто висновок деякого виступу як би "нав'язується" слухачеві незалежно від того, подобається він йому чи ні.

Задовго до Аристотеля було помічено, що ефективність публічної промови визначається не стільки її зовнішньою стороною – виразністю, благозвучністю й т.п., скільки зв'язками, відносинами між інтелектуальними операціями, переданими промовою.

Об'єктом, джерелом, матеріалом для логічних досліджень Аристотеля спочатку служать головним чином спори, дискусії, диспути на довільні теми, а результати дослідження вбрані у форму рекомендацій з їхнього успішного ведення (Топіка", "Про тлумачення"). В "Аналітиках" його інтерес зміщається на схеми міркувань, по яких "ведуть докази й математичні науки" [4, с. 282].

Незважаючи на строгість дедукції, при доказі окремих математичних теорем і теорій Аристотель почував їхню розрізненість і безсистемність у побудові. Така постановка питання в систематизації математики й усього наукового знання викликала до життя ряд інших проблем: у логічно послідовній побудові курсів, їхнього взаємозв'язку, виборі першооснов і побудові несуперечливих систем. Це, у свою чергу, поставило завдання дослідження законів правильного мислення, логіки суджень і висновків. Математика явилася тією першопричиною в науковому пізнанні, що найбільш рельєфно оголила й поставила проблеми систематизації й структурної побудови всього наукового знання, і в першу чергу, структурної побудови логічного вчення. З огляду на цю значимість математики в структурній побудові наукового знання, Аристотель уперше провів філософсько-методологічний аналіз побудови математики як дедуктивної науки й додав цій побудові подальший розвиток, "...наукове пізнання, – говорить він, – виникає при всіх дослідженнях, які простираються на початки, причини й елементи, шляхом їхнього з'ясування (адже ми тоді впевнені, що знаємо ту або іншу річ, коли усвідомлюємо її першопричини, перші початки й розкладаємо її аж до елементів)" [13, с. 61]. Отримані в результаті цього знання розгортаються в наукову теорію за допомогою дедуктивного висновку й доказу.

У доказі Аристотель виділяє три аспекти: "Те, щодо чого доводиться, те, що доводиться, і те, на підставі чого доводиться" [4, с. 275]. Перший аспект характеризує предмет доказу, другий – доказуване твердження про деякий предмет. Невизначеним

залишається третій аспект, тому що "на підставі чого охоплює посилки доказу (аксіоми, постулати, визначення), а також можуть бути використані попередні доведені пропозиції й принципи побудови дедуктивної теорії (несуперечність, повнота, незалежність системи аксіом)".

Ця загальна структура доказового наукового знання використовується Аристотелем і при побудові формальної логіки. "Основний внесок Аристотеля в логіку – це створення теорії силогістичного умовиводу й заснованої на ній концепції доказу" [15, с. 62]. Що стосується доказів силогізмів, то вони подібні геометричними. Силогізм же є логіко-дедуктивна форма, у якій щось припускається, і в результаті логічних переходів з необхідністю впливає нове, відмінне від покладеного. Це отримане нове – те, що виводиться за посередництвом покладеного в результаті логічних операцій, і являє собою нове знання.

У первісних силогізмах роль першооснов відіграють первісні посилки, тобто аксіоми, як і в математиці, на підставі яких проводяться дедуктивні докази теорем. Посилки, за Аристотелем, повинні бути істинними, які отримані емпірично і є першими недовідними положеннями теорії й належать до одного й того самого предмета. Якщо не прийняти першооснови, то доказ піде по колу. "А тому, – говорить Аристотель, – є не тільки наука, але й деякий її початок, завдяки якому нам стають відомими визначення" [4, с. 262].

Синтезуючи різноманіття логічних досліджень, Аристотель дає визначення предмета логічного вчення, відповідає на запитання "про що дослідження?": досліджувати треба силогізм, спосіб, засоби, мистецтво побудови силогізмів "про всяку можливу проблему". Питання про те, яким чином будується дедуктивне міркування (силогізм), і зокрема, доказ, становить ...центральну проблему логіки Аристотеля. Всі інші питання, якими б важливими вони самі по собі не здавалися, сконцентровані навколо цієї центральної проблеми, віднайдення якої й означало винахід логіки" [11, с. 9].

Велика заслуга Аристотеля полягає в тому, що він виділив формальну логіку в самостійну дисципліну, побудувавши її в струнку систему теорії доказу, йому вперше вдалося систематизувати й кодифікувати прийоми міркування, які в його попередників залишалися неясними й несформованими. Сам Аристотель із цього приводу відзначає: "...і в мистецтві красномовства було багато чого й давно сказане" [4, с. 292]. Але, незважаючи на те, що логічні побудови виконувалися багатьма мислителями, Аристотеля по праву варто вважати "батьком логіки". Високу оцінку логічним побудовам

Аристотеля дав Г. Лейбніц: "Я думаю, – говорить він, – що винахід силогістичної форми є одне із найчудовіших і навіть найважливіших відкриттів людського духу. Це свого роду універсальна математика, все значення якої ще недостатньо осягнене" [12, с. 492-493].

Ці силогістичні форми формально-логічної системи Аристотеля дозволили вченим наступних поколінь будувати наукове знання за цією структурою. "Вчення Аристотеля істотно вплинуло на побудову цілісної системи математичного знання як єдиної доказової науки, що найбільше повно представлено "Началами" Евкліда" [13, с. 79]. Всі наступні математичні й математизовані теорії будувалися за правилами дедукції формально-логічної системи Аристотеля й "Начал" Евкліда. Цей метод став загальновизнаним, що було своєрідним підсумком математичного й філософського раціоналізму мислителів Давньої Греції класичного періоду.

Аристотель увійшов в історію науки й філософії не тільки як великий учений і філософ, але і як великий систематизатор наукового знання. Він зміг зібрати й синтезувати всі ту спадщину великих предків, на базі чого й була побудована його потенційно-енергійна ейдетична система, що породжує якусь ентелехію (термін Аристотеля). Він, як істинний систематизатор наукового й філософського знання, переробив і привів логіко-філософські вчення та категоріальний апарат своїх попередників у строгу системну форму й створив свій, більш опрацьований логічний апарат, він ділить категорії на групи, установлює між ними принципові розходження, окремо виділяє категорію сутності, розглядаючи її як першу категорію, приписуючи їй самостійне існування.

Категоріальний апарат Аристотеля сприяв конкретизації й установленню предметності наукового знання, визначенню видової й родової відмінності й установленню залежності між ними.

Логіко-категоріальні побудови Аристотеля стали абстрактно-конструктивною основою для подальшої диференціації наукового знання, а це, у свою чергу, сприяло раціональній побудові всього наукового знання. Оскільки наукова спадщина Аристотеля становить біля тисячі творів, то це дозволило назвати Аристотеля "учителем всіх часів і народів".

ЗАРОДЖЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ (феномени руху, переходу, змінних величин, нескінченності)

Динаміка життєвих процесів давніх еллінів активно проявила себе і у наукових формах, в першу чергу, у математичних і філософських побудовах. У них розглядаються різні процеси, пов'язані з рухом, змінами, виникненням і знищенням, переходом з одного стану в інший. У математику та філософію вводяться поняття кінечного й нескінченного, відносність поняття прямого та криволінійного, спокою та руху і взагалі постійного та змінного.

Але введення поняття руху до наукового пізнання приводить до фіксування мислителями різних парадоксів, протиріч. "Доки ми розглядаємо речі у стані спокою, а також як безжиттєві, кожную окремо, поруч одна з іншою або одну за іншою, – говорить Ф. Енгельс, – ми дійсно не натрапляємо ні на які протиріччя в них" [1, с.119]. У окремому плані вивчаються властивості предметів, взаємовідношення між ними. Якщо виникають які-небудь невідповідності між предметами або їх властивостями, то вони вирішуються у межах цих властивостей і предметів. "Але інакше стоїть питання коли ми починаємо розглядати речі в їхньому русі, в їх зміні, в їх житті, у їхньому взаємному впливі" [там само].

Вивчення такого роду мінливих процесів приводить Геракліта Ефеського до визнання загальної мінливості і руху. "У ту ж саму річку не можна двічі увійти" – говорить він, тому що в ній протікають нові води, змінюються береги, ландшафт, незмінним залишається лише її ім'я. Під річкою Геракліт розуміє будь-який життєвий або природний процес: "Усе рухається, і нічого не лишається на місці" – говорить Платон [2, с. 353], погоджуючись с думками Геракліта. За матеріальний первень Геракліт приймає світовий вогонь, який часом спалахує і згасає. Світ ніким не створений і незнищений. Він являє собою колообіг стихій – вогню, повітря, води і землі. Усі речі, за Гераклітом, виникли внаслідок впливу вогню, як найтоншої і всепоглинаючої стихії. "Усі речі – відтворення вогню" [3, с. 222]. Ця стихійна діалектика Геракліта, відповідно до якої все оточуюче існує і не існує, знаходиться у постійному русі і зміні, у постійному виникненні та знищенні. Це своєрідний гераклітівський канон-логос, який призводить до постійної мінливості.

У цих взаємоперетвореннях і змінах Геракліт прагне пояснити перетворення будь-якої речі або процесів у свою протилежність. "Одне і те же в нас – живе і мертве, пильне і спляче, молоде і старе. Адже це, змінившись, є тим і зворотнім, те, змінившись, є цим" – говорить Геракліт [2, с. 475].

Але, розглядаючи все навколишнє у русі, зміні і перетворенні, приходимо до різного роду протиріч, парадоксів. "Рух сам є

протиріччям; вже просте механічне переміщення може відбуватися в силу того, що тіло в один і той же час перебуває у даному місці і одночасно – у іншому, що воно перебуває в тому самому місці і не знаходиться у ньому. А постійне виникнення і одночасне розв'язання цього протиріччя – і є саме рух" [1, с. 119].

Проти припущення існування руху виступив Зенон Елейський, висунувши апорії "Дихотомія", "Ахіллес і черепаха", "Стріла", "Стадій". За словами Аристотеля, "він був винахідником діалектики" [4, с. 298]. Саме цими апоріями Зенон показав суперечливість руху і неможливість вираження його в логіці понять, враховуючи суперечливість руху, він вважав його неіснуючим, а удаваним, вважаючи, що там, де виникають протиріччя, істина не існує. Істина повинна підтверджуватися логікою суджень і логічним доказом, позбавленим протиріч.

У почуттєвм бутті він заперечував будь-яку безперервність, вважаючи її можливою лише у мислимому. "Заперечуючи у чуттєвому бутті будь-яку безперервність, Зенон Елейський доводив неможливість його множинності і рухливості. А з неможливості безперервного чуттєвого буття Зенон Елейський виводив безперервність як предмет чистої думки" [3, с. 169 – 170]. Враховуючи нескінченну ділимість в апоріях, Зенон, поряд з мислимою множинністю, одночасно визнавав існування нескінченно малого і нескінченно великого, тому що при нескінченному поділі ми приходимо до нескінченного малого, а при додаванні отриманих членів поділу – до нескінченно великого. Ці нововведення нескінченно малої і нескінченно великої величини згодом стали основними як у філософії, так і у математиці.

Розглядаючи рух і час як неперервні і взаємопов'язані атрибути, Аристотель говорить: "Оскільки будь-який рух відбувається у час і, і у будь-який час може відбуватися рух, і так далі все рухоме може рухатися скоріше або повільніше, то у будь-який час відбуватиметься і більш швидкий і більш повільний рух. Якщо це так, то і час повинен бути безперервним" [5, с. 182]. Нескінченна подільність відрізка призводить і до безкінечної подільності часу, тобто "...нескінченному вдається пройти у нескінченне і торкнутися нескінченної [множини] можна нескінченною, а не кінечною [множиною]" [там само, с. 183-184]. Але у цьому плані ми також отримуємо протиріччя: "...неможливо ні пройти безкінечне за кінцевий час, ні кінечне за нескінченний час, але якщо час буде нескінченним, то і величина буде нескінченною, і, якщо величина, то і час" [там само, с. 184]. Але, якщо пройдемо при поділі шлях до геометричної точки, то "у часі є

дещо неподільне, що ми називаємо "тепер" [там само, с. 185]. Це "тепер" являє собою певну миттєвість, за якою рухоме тіло ще не дійшло до визначеної точки шляху, а після цього "тепер" вже її минуло. У цю мить "тепер" неможливо показати ні руху точки, ні її покою. Такого роду протиріччя продемонстровані у апоріях Зенона "Дихотомія", "Ахіллес і черепаха" та ін., вони показують діалектичну суперечливість руху. Аристотель робить висновки з цих міркувань: "Отже, якщо [у кінечний час] ні кінечне не проходить нескінченного, ні нескінченне кінечного, то ясна річ, що і рух не буде безкінечним у кінечний час" [там само, с. 196]

Ці діалектичні методи проникли як у філософію, так у математику. У математику, а також в астрономію проникли елементи руху за посередництвом механіки руху матеріальної точки і побудови кривих. Так ще в V ст. до н.е. Гіппій Елідський, давньогрецький софіст для розв'язання задачі про трисекцію кута ввів механічним чином плоску криву, яку згодом Г. Лейбніц назвав квадратрисою. Дінострат (IV ст. до н.е.) – давньогрецький геометр, учень Платона і Евдокса, за допомогою цієї квадратриси (вона отримала назву "квадратриса Дінострата") вказав на можливість спрямлення довжини кола. Це була перша трансцендентна крива, відома стародавнім грекам.

Користуючись методом відносин і елементів теорій меж Евдокса Кнідського, Дінострат отримав результати, еквівалентні границям функції у точці (лімітам)

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \text{ і } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x}{x} = 1.$$

Це були перші проблиски знаходження границь функцій, отриманих за допомогою граничних відношень Евдокса Кнідського (бл. 408 – бл. 355 до н.е.).

При розробці теорії відношень він розглядав прямолінійні відрізки з постійно змінними величинами, які можуть бути виражені з будь-яким ступенем точності за допомогою інших відрізків. Це було нововведенням у давньогрецькій математиці – у математику постійних величин вводилися змінні. Це призвело до введенню руху в математику. "Побудована Евдоксом теорія величин – одне з найбільших досягнень математики за всю її історію. Вчення Евдокса про неспіввимірність (п'ята книга "Початків" Евкліда) в основному збігається з сучасною теорією ірраціональних чисел, побудованою Ю. Дедекіндом у 1872р." [6, с.194].

Видатні успіхи з введення нових механіко-математичних методів і елементів руху в математику належать Архіту Тарентському (бл. 428-365 до н.е.) – давньогрецькому математику і астроному. Він розв'язав ряд геометричних задач, а також задачу про подвоєння куба, при вирішенні якої використовував принцип безперервності при перетині кількох поверхонь обертання. Характерною рисою наукової творчості Архіта є застосування математичних методів у механічних побудовах, конструюванні машин і механізмів, а також введення у математику руху і змінної величини. "Він перший досліджував механіку, використовуючи математичні принципи, і вперше застосував механічний рух у геометричному кресленні, коли перетином напівциліндра прагнув віднайти дві середні пропорційні, щоб розв'язати задачу по подвоєння куба" – говорить Діоген Лаертський [4, с. 448]. Це було нововведенням у класичній математиці – у математику постійних величин вводився рух і змінні величини.

Досліджуючи фізичний світ, космос, Архіт розвиває ідеї нескінченного простору. Слідуючи за Евдемом, у своєму доведенні нескінченості Всесвіту, він приводить такі аргументи: "Коли б я опинився на краї Всесвіту, тобто на сфері нерухомих зірок, чи зміг би я випростати назовні руку або палку, чи ні? Припущення, що не зміг би випростати є безглуздом. Але, якщо випростаю, то те, що перебуває ззовні, виявиться або тілом, або місцем (як ми побачимо, це байдуже). Таким чином, скільки разів не припускай існування [все нової і нової] межі Всесвіту, [відсуваючи її все далі і далі], щоразу вона буде аналогічним чином підходити і треба буде задавати те ж саме питання. І якщо те, на що [випростана] палка, щоразу буде іншим [надлишковою величиною стосовно прийнятих розмірів Всесвіту], то ясна річ, що він безкінечний" [там само, с. 455]. Цей простий і, разом з тим, дуже важливий і наочний приклад Архіта характеризує нескінченність фізичного простору, що сприяє розвитку поняття математичної нескінченності і ставить перед математикою відповідну задачу.

Значний внесок у розвиток математики нескінченно малих і нескінченно великих величин здійснив Анаксагор (500 – 428 до н.е.) – давньогрецький натурфілософ, математик і астроном з Клазомен (Мала Азія). Анаксагор разом з Емпедоклом і атомістами Левкіппом та Демокритом висунув ідею про незнищенність матерії. Матерія складається з елементів (гомеомерії – насіння життя), які у Всесвіті являють суміш "всього у всьому". Проте, на відміну від атомістів, він вважав, що елементів нескінченна кількість, а кожен з них

нескінченно ділимий. Але при такому поділі неможливо вказати найменше, бо кожен елемент складається з нескінченної множини елементів. Частина елементу виявляється еквівалентною цілому. Анаксагор випередив і передбачив сучасне вчення про множини, в яких частина може бути еквівалентною цілому. Він увів до наукового пізнання поняття нескінченно малої і нескінченно великої величини. У малих немає найменшого, а в більших – найбільшого, тому що він розглядав їх у русі, нескінченно подільними або складеними з нескінченної кількості.

Анаксагор розглядав первинний стан матерії як інертну масу, суміш усіх речовин, які потім виявляються у цьому світі. Ці речовини були подібнені до нескінченно малих, які не сприймалися нашими органами чуття. Ця суміш була настільки перемішаною, що жодна з речовин не переважала над іншими. Саме тому така суміш вважалася якісно невизначеною: "Сукупно всі речі були безмежні і за множиною, і за малістю. Але ж і мале було безмежним. І коли всі речі були разом, ніщо не могло бути вирізнене з причини малості" – говорить Анаксагор [7, с. 29]. Але ця інертна суміш була позбавлена будь-якого руху, перебувала у абсолютному спокої. До початку космоутворення кожна частка знаходилася у певному місці у абсолютному спокої. Ці частинки не змінювалися й не переміщувалися. Попередники Анаксагора по-своєму розтлумачували рух матерії. Так, у Анаксимандра рух відбувається за рахунок виділення протилежностей; у Анаксімена – за рахунок згущення й розрідження; у Геракліта – за рахунок вічного вогню, який часом займається, а часом – згасає. Але теза Парменіда про незмінність і нерухомість істинного буття спонукала філософів наступних поколінь шукати фактори, які б приводили матерію до руху, змін.

Ця ідея привела Емпедокла до двох протилежностей – "Любові" та "Ворожнечі". У процесі часу переважає то одна, то інша, в результаті чого матерія починає рухатися. Левкіпп, а згодом і Демокрит, прийняв положення, що атоми – елементи буття перебувають у постійному русі. Цей рух у порожнечі ніколи не припиняється. Атоми зіштовхуються, налітають один на одного, знову розлітаються і знову зіштовхуються. Рух є невід'ємною властивістю існування атомів у порожньому просторі.

Точка зору Анаксагора суттєво відрізняється від мілетців і атомістів. Він вважав, що при космоутворенні всі частинки перебували у стані спокою, кожна з них перебувала на своєму місці, і світовий розум ("нус") призводить їх до руху. Аналізуючи систему Анаксагора, Сімплікій у коментарях до фізики відзначає: " При

такому тлумаченні, – говорить [Теофраст], – можна було б вважати, що Анаксагор приймає нескінченне число матеріальних первенів і одну причину руху та виникнення – РОЗУМ. Але, якщо розтлумачувати суміш усіх речей як єдину субстанцію, невизначену і за різновидом [якісно], і за величиною, то виходить, що він припускає існування двох первенів: природу нескінченного і РОЗУМ, так що тілесні елементи, як бачимо, він розглядає подібно до Анаксимандра" [4, с. 515]. Далі, продовжуючи характеризувати анаксагорівську нескінченність, Сімплікій говорить: "Анаксагор також вважає, що кожна з чуттєвих гомеомерій (найдрібніших часточок певної якості) виникає і характеризується шляхом поєднання подібних [часток]... Бо ні у малого немає найменшого, але є завжди [ще] менше (бо буття не може перестати існувати завдяки поділу), і точно так само у великого існує завжди більше. І воно рівне множині малого. Сама ж по собі будь-яка річ і велика, і мала" [там же, с. 531].

Такий розвиток поняття фізичної нескінченності наклав відбиток і на розвиток геометричної нескінченності при нескінченній подільності, і на введення загальноматематичного поняття нескінченності. Ці два фундаментальні поняття нескінченної подільності і руху Анаксагора надали сильного імпульсу розвитку механіко-математичних ідей у науковому пізнанні і зародженню інфінітезимальних математичних методів.

Принцип нескінченної подільності речовини робив теорію Анаксагора прямою протилежністю атомістичній теорії Левкіппа-Демокрита. Якщо у вченні Анаксагора "момент" характеризує неперервність, то в атомістиці він характеризує дискретність, одиничний атом. Зважаючи на те, що Анаксагор був сучасником Левкіппа, існує припущення, що він створив свою теорію на протигагу атомістичній.

Теорія нескінченного поділу і руху Анаксагора стала протилежною також умоглядній системі Парменіда, який визнавав одвічну нерухомість і неподільність буття, його цілісність.

Найбільш методично послідовно будували свою теорію Левкіпп і Демокрит, виходячи з природи речей, такої, якою вона є. Вони розглядали атоми, які вічно рухаються і в процесі поєднання створюють різні речі, а, роз'єднуючись – приводять їх до загибелі; поняття порожнечі, де перебувають атоми, призвело Демокрита до поняття просторової нескінченності. Розмаїття форми і величини атомів наштовхнуло цього класика до визнання більш дрібних величин – амерів або математичних атомів. Демокрит, без сумніву, був видатним математиком, але його математика відрізнялася від

традиційної математики класичного періоду. Згідно Аристотелю, вона "розхитувала математику" (мається на увазі класичну).

Демокрит погоджувався з Зеноном, що нескінченна подільність простору призводить до абсурду, до перетворення на нульові величини, з яких нічого неможливо побудувати. Тому Демокрит приходить до ідеї неподільних атомів, які можуть бути різної конфігурації: гачкоподібні, якореподібні, кутасті, вигнуті тощо. Фізичні атоми неподільні, але подумки в них можна виділити певні частини – точки, які не мають ваги і які не можна від атомів відторгнути. Це – уявна частина атома – "амера" (та, не має частин). "Згідно з деякими свідченнями (серед них є опис так званої "площі Демокрита" у Джордано Бруно), у найдрібнішому атомі було 7 амер: верхня, нижня, ліва і права, передня і задня, серединна. Це була математика, узгоджена з даними чуттєвого сприйняття, які говорили, що, яким би малим не було фізичне тіло – наприклад, невидимий атом, – точки частини (сторони) у ньому завжди можна уявити, ділити нескінченно навіть подумки неможливо" [8, с. 53]. У той час у математиці ще не було розробленим поняття границі (ліміту), а поняття нескінченно малої, нескінченно великої величини лише вводилося, але не всіма сприймалося.

Прийнявши положення "протяжних точок", Демокрит утворює "протяжні лінії", а з ліній – площини. Про глибину і детальність розглянутих ним питань можна судити з тієї оцінки, яку подає Аристотель: "Взагалі, крім пошуків стосовно поверхні, ніхто нічого не встановив, крім Демокрита. Що ж стосується його, то складається таке враження, що він передбачив все, та і у методі дослідження він вигідно відрізняється від інших" [там само, с.229].

Вихідною пізнавальною процедурою виступає розкладання досліджуваного предмета на більш прості: тіла на "найтонші" площини, площини – на лінії, лінії – на геометричні атоми (точки), які мають надзвичайно малу, але не нульову неподільну величину. Число неподільних у будь-якому кінченному предметі надзвичайно велике і з причини цього недоступне безпосередньому чуттєвому сприйняттю. Процес поділу завжди виявляється завершеним, його межею виступає атом [9, с. 36 – 37]. Проводячи міркування у зворотному порядку, Демокрит з протяжних точок складає лінії, з ліній – площини, з площин – тіла. Наприклад, конус, складається з найтонших кружків, паралельних основі, які не можуть бути чуттєво сприйняті через їх тонкість. У результаті складання цих найтонших кружечків Демокрит доведенням обчислив об'єм конуса, який дорівнює одній третині об'єму циліндра, який матиме з конусом однакові основи і висоти.

Аналогічно він вивів і об'єм піраміди. Ці відкриття згодом визнав Архімед, який розв'язував найскладніші задачі для математики античності цим методом. У "Посланні до Ератосфена" він вказує, що "...чималий доробок слід визнати за Демокритом, який був першим, без доведення висунув ці припущення про вищезгадані тіла, дав правильне рішення без суворого доведення" [10, с. 4]. Концепція математичного атомізму Демокрита логічно послідовно обґрунтувала існування математичних предметів і правомірність усієї системи теоретичної математики, розв'язуючи ті парадокси, які були сформульовані елеатами. Протиріччя, представлені в апоріях "Дихотомія", "Ахіллес і черепаха" усуваються з причини кінечності поділу континууму. Сума атомарних інтервалів руху тепер не є нульовою величиною, і тим самим розв'язується апорія "Стріла". У межах розглянутої концепції було отримано багато видатних результатів, серед яких особливо слід зазначити заслуги Демокрита як одного з фундаторів методу нескінченно малих.

Разом з тим, слід мати на увазі певну історичну обмеженість математичного атомізму. Не було розроблено теорії границь і граничного поняття нескінченно малої, перервного і непервного. Хиткість і невпевненість у математичному атомізмі була помічена ще давніми мислителями. Сучасники і послідовники Демокрита мало розуміли його математику. Аристотель і наступні математики її різко відкинули. Тому вона була забута. Цьому сприяли також протиріччя у математичному атомізмі Демокрита. "Так, наприклад, якщо число неподільних, заключених у відрізок, непарне, те його не можна розділити навпіл; існування неспіввимірності діагоналі і сторони квадрата було встановлене доказово, але з позицій математичного атомізму вона не існує, оскільки число атомів і у стороні і, і у діагоналі – кінечне, отже, їх відношення повинне бути раціональним" [9, с. 38]. Ці випадки призвели до невідповідності абстракції буття і математичного атомізму. Необхідно було атомістику Демокрита піддати подальшому вдосконаленню, розробляти нові положення.

Але, приймаючи положення про нескінченність конфігурацій атомів, Демокрит приходить до нескінченності руху без зовнішнього поштовху. Принцип різновидів атомів пояснює нескінченність руху, простору і часу. Це обумовлює нескінченну кількість напрямків і швидкостей первинних рухів атомів. Кожен атом перебуває в стані "вібрації", здатний "труситися у всіх напрямках", їхні зчеплення і зіткнення призводять до одвічного і всезагального руху. Рух – форма, стан існування матерії. Демокрит сприйняв принцип збереження

буття: "ніщо не виникає з нічого", сформульованого Меліссом і повтореного Анаксагором, який узгодив з вічністю часу і руху.

Це привело Демокрита до розуміння єдності матерії (яка уявлялася ним у формі атомів у нескінченному просторі) і форм її існування. У нескінченному порожньому просторі знаходяться у безперервному русі матеріальні частки – атоми, з яких у результаті зіткнення і зчеплення створюються всі речі, роз'єднуючись, атоми руйнують їх. Це найпростіший причинно-наслідковий зв'язок. На цих принципах руху атомів у порожнечі побудована наукова картина світу Демокрита. "Спостереження показують, – говорить Аристотель, – що будь-яке природне тіло містить у собі причину свого руху" [5, с. 356].

Цей атомістичний детермінізм Левкіппа – Демокрита заперечував основну ідею релігійно-міфологічного положення про надприродний світ, про введення першопричини, першоповоду для приведення всієї світової системи до стану руху.

Саморух і зіткнення атомів, за Демокритом, призводить до виникнення вихрових станів, що, у свою чергу призводить до скупчення і завихрення цілих потоків атомів, до їх згущення, утворення цілих світових систем. Ці вихрові потоки призводили до концентрації великих мас і утворення різних космічних систем. Описана ідея певною мірою була розвинена І. Кантом у контексті гіпотези виникнення Сонячної системи (небулярна гіпотеза І.Канта).

Наукова картина світу, створена атомістичною теорією Левкіппа – Демокрита, стала основою для розвитку земної і небесної механіки, ідей нескінченно малих і нескінченно великих величин. Вона поставила задачі перед математиками стосовно розробки нових математичних методів. Це була математика змінних величин, яка увібрала в себе дедуктивні методи класичної математики, діалектичні методи, розроблені філософськими школами Геракліта Ефеського, елеатами, атомістами, мислителями афінської і александрійської шкіл. Своє теоретичне завершення і практичне застосування ці ідеї отримали в аналітичних дослідженнях конічних перетинів Аполлонія Пергського та інфінітезимальних методах Архімеда.

У своїх математичних творах Архімед мистецьки поєднав індуктивно-евристичний метод, який він називає механічним з суворим дедуктивним або геометричним. Розвиваючи ідеї Демокрита і використовуючи метод вичерпання Евдокса Кнідського, Архімед розробляє інфінітезимальні методи, які передували диференціальним та інтегральним методам математиків доби Відродження й Нового часу. Вивчаючи методи Архімеда, Лейбніц говорив, що той, хто

опанував витвори Архімеда та Аполлонія, буде менше дивуватися відкриттям найвеличніших людей нашого часу. Дослідження Архімеда заторкували такі фундаментальні проблеми, як визначення площ, об'ємів, поверхонь, центрів ваги, дотичних та екстремумів. До Архімеда ніхто з античних вчених цими проблемами не займався. Дослідження всіх попередників належали до теорії постійних величин, досліджувалися фігури, обмежені прямими лініями і площинами. Архімед розробив методи, які сьогодні застосовуються у математичному аналізі: це диференційний характеристичний трикутник, метод верхніх і нижніх інтегральних сум, метод рішення задач на екстремуми, зведення їх до віднайдення дотичних. Усі ці дослідження належать до аналізу перервних і безперервних математичних об'єктів; до дослідження поняття кривого за посередництвом прямого (у задачі на обчислення довжини спіралі, заміни довжини дуги спіралі на відрізок дотичної). Архімед своїми методами впритул підійшов до створення диференційного та інтегрального обчислення. Але подальшого розвитку ці методи у давнину не отримали. Не була підготовлена база; не був підготовлений аналітичний апарат, буквені позначення, теоретична база для функціональної залежності; занадто важкою була буквена іонійська система обчислення. А також була недоробленою теорія функцій, що в античні часи гальмувало розвиток інфінітозимальних методів.

Всі теоретичні обґрунтування давні математики розвивали на підставі теорії пропорцій і співвідношень, розробленої Евдоксом Кнідським. Теорія пропорцій була першою фундаментальною теорією, передвісницею функціональної залежності і теорії функцій змінного. "Інфінітозимальні методи утворюють ту частину античної математики, яка формувалася під безпосереднім тиском науково-практичних запитів. Вони виходили за рамки утворених у той час замкнених математичних систем, побудованих на основі мінімального числа положень" [11, с. 79].

Нерозробленість понять функцій, безперервного й перервного, кінцевого й безкінечного, відносності поняття прямого і криволінійного призвело до різних протиріч, які гостро ставили задачі перед дослідниками. "В інфінітозимальних методах отримали перше вираження елементи нових математичних засобів, які призвели до створення аналізу нескінченно малих. Основні протиріччя між сукупністю подібних методів і замкненими логіко-математичними системами у давній Греції представляють один з історичних

прикладів протиріч, які є рушійною силою розвитку математичних наук" [там само, с. 80].

Вступ до математики руху, механічних методів, випрямлення кривих, площ і поверхонь шляхом приведення їх до прямолінійних обрисів, стало генеральною лінією у теоретичних дослідженнях. Методи, розроблені Архімедом, стали основою для розробок І. Кеплера, Г. Галілея, Д. Кавальєрі, І.Барроу, І. Ньютона, Г. Лейбніца. Його суми стали зразком для побудови сум Дарбу, які визначають нижню і верхню межу визначеного інтеграла.

Але в чому ж відмінність інфінітезимальних методів Архімеда від диференційних та інтегральних методів математиків Нового часу?

Відмінність полягає не в підході і, в остаточному підсумку, не у методі. Фактично, це той самий підхід і метод. Справа полягає у іншому – у недосконалості математичного апарату. Метод інтегральних сум давніх спирався на інтуїцію, на рішення окремих задач. Не було сформульоване суворе визначення поняття площі, не була розроблена теорія меж, теорія нескінченно малих, теорія кінченного і нескінченного, перервного й безперервного. Усі розв'язувані задачі мали локальний характер, не розроблене було поняття визначеного інтеграла як межі інтегральної суми. Це не створювало цілісної теоретичної системи. Необхідною була геніальна винахідливість Архімеда, щоб до розв'язання задачі розробляти окремий підхід, використовуючи один і той же метод вичерпання та метод інтегральних сум. Необхідним був час для розробки, систематизації і узагальнення цих підходів та методів.

Якщо провести швидкий історичний екскурс, то можна підмітити, що принцип Б.Кавальєрі безпосередньо впливає з містичної теорії Демокрита для обчислення об'ємів тіл і площ плоских фігур; він є у деякому сенсі завершенням інтегративних методів Архімеда. Суми Дарбу є узагальненням і вдосконаленням інтегральних сум Архімеда. А знаменита формула Ньютона-Лейбніца для обчислення певного інтегралу є величним завершенням методу Архімеда для обчислення площ і поверхонь плоских і криволінійних поверхонь, об'ємів тіл, довжин кривих та інших задач. Ці задачі сьогодні під силу кожному студентові, але у те віддалене минуле вони під силу були лише Архімедові, і навіть йому у неповній мірі.

Сьогодні ніхто зі студентів не замислюється над обчисленням площі криволінійної трапеції або параболічного сегмента, поверхні кулі або її частини. А за часів Архімеда ці задачі вирішувалися лише ним. Але для вироблення єдиного методу диференційного та інтегрального обчислення і його широкого застосування в різних

царинах математики і теоретичного природознавства необхідно було два тисячоліття копіткої праці видатних філософів, математиків і натуралістів Європи, арабського світу та Індії. Справедливо з цього приводу говорив Ф. Енгельс: "Поворотним пунктом в математиці була Декартова змінна величина. Завдяки цьому у математику увійшов рух і тим самим діалектика, і завдяки цьому ж стало конче необхідним диференційне та інтегральне числення, яке в той час і виникає, і яке було загалом і в цілому завершене, а не винайдене Ньютоном і Лейбніцем" [13, с. 224].

Архімед залишився відданим традиціям у математиці і вважав істинним результат лише якщо він був дедуктивно доведений. Однак, слід зазначити, що він відійшов від методологічних установок Платона та Аристотеля в умоглядній побудові наукового знання.

Але він не відійшов від структурної побудови "Початків" Евкліда. Його теоретичні побудови мали такий же характер. Він фактично доповнив своїми дослідженнями круглих тіл "Початки" Евкліда. Архімед цінував суворість дедуктивної побудови, доведення, але не менш цінував їх практичне застосування до задач механіки, статички, кінематики, гідростатички. Розроблений ним метод інфінітезимального обчислення однаково був придатний і до задач математики, і до задач теоретичного природознавства. Відзначаючи ці питання, Лейбніц говорить: "...були відкриті і розвинені Архімедові способи вичерпання через неподільні і нескінченні, що можна було б назвати метафізикою геометрів і що, якщо я не помиляюся, було невідомим для більшості давніх, за винятком Архімеда" [14, с.452].

На наш погляд, ці розділи геометрії, розроблені Архімедом, слід назвати не "метафізикою геометрів", а "метагеометрією", тому що круглі тіла в "Початках" Евкліда у попередніх авторів не досліджувалися.

Але метод, розроблений Архімедом, не отримав широкого вжитку у давнину. При викладі рішень задач Архімед не зупинявся на деталях. Це викликало значні утруднення у популяризації його вчення. "...Архімедова геометрія мала не багато поціновувачів, хоча й містила більше ніж та, гідна подиву і корисна, тому що Архімед лукаво приховав спосіб відкриття, залишивши лише доведення" [там само, с. 427]. Лейбніц звинувачує Архімеда за "лукавство", за недостатньо повний і чіткий виклад свого методу.

Це, у свою чергу, стало причиною слабого залучення методів Архімеда у давнину. "Тому за стільки століть після Архімеда, наряд чи було відкрито одну-дві скільки-небудь важливі теореми у геометрії трикутника, тобто в геометрії перетворень, доки у наш час такі

блискучі геометри, як Лука Валеріо, Гульдін, Григорій з Сент-Вінсенту, Кавальєрі, Валліс та інші, напавши на слід деяких методів Архімеда, не збагатили науку найпрекраснішими результатами" [там само].

Але, на наш погляд, справа не в "лукавстві" Архімеда, а в тому, що ці методи не були затребувані практикою.

В особі Архімеда світова наука має унікальний приклад вченого, у якому успішно поєднувалися риси геніального математика, механіка та інженера. Його положення у науці і технічних спорудах вимагали поєднувати і розвивати такі методи і якості. Але римський період, на жаль, не ставив перед собою задачі розвитку наукового знання, їх влаштовував суто прагматичний підхід. Завоювання римлянами еллінського світу, введення християнства у Римській імперії остаточно підірвало подальший розвиток науки. І лише завдяки Візантії, як посередникові між Сходом і Заходом, мислителями арабського середньовіччя та італійського Відродження знову стала розвиватися спадщина прадавніх еллінів.

У Новий час на перший план вийшли проблеми механіки і, тим самим, проблеми руху, це склало основу фізики. Їм передували метод Діофанта, Кардано, Феррарі, Вієта, Декарта, що дало поштовх до інтенсивного розвитку диференційного та інтегрального числення.

ВИТОКИ І ПІДВАЛИНИ АНТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

У процесі формування і розвитку механіки як одного з потужних напрямків людського знання важливим є питання її взаємозв'язку з математикою, а також їхній взаємний вплив один на одного. Емпіричні початки механіки в процесі цього взаємозв'язку і подальшого розвитку привели до побудови теоретичної механіки, що базувалася на працях видатних античних мислителів Архіта Тарентського (428-365 до н.е.), Евдокса Кнідського (408-355 до н.е.), Аристотеля (384-322 до н.е.), Архімеда (287-212 до н.е.), Філона Візантійського (III ст. до н.е.), Герона Олександрійського (I ст. до н.е.). Ці ідеї одержали подальший розвиток у працях європейських учених.

Сучасні дослідження в галузі взаємовпливу механіки і математики в їх розвитку, як правило фрагментарні і несистемні. Метою нашого дослідження є історичний аналіз основних етапів розвитку механіки від її зародження в часи античності до наших днів.

Розвиток технічних наук, механіки має дуже давню історію. Вони безпосередньо пов'язані з виробництвом, з практичною та виробничою діяльністю людини. Для розвитку механіки і технічних наук велике значення мають досягнення у духовному та загальнокультурному житті. Вони мають важливе значення в генезисі механіки і технічних наук. У свою чергу, ці науки мають неоціненний вплив на розвиток природознавства.

Розвиваючи виробничо-трудова діяльність, людство розвивало науково-технічне знання від простого до складного, від менш ефективних механізмів до більш ефективних, встановлюючи більш глибокі причинно-наслідкові зв'язки між явищами природи, закріплюючи у своїй свідомості різноманітну інформацію у створенні життєво необхідних матеріальних благ.

Принципово велике значення у технології виробництва мало використання вогню, у технічних винаходах – найпростіших механізмів: колеса, важеля, клина, похилої площини, коловороту. Свідками цих винаходів стародавніх людей є численні розкопки в Шумеро-Вавилонії та Єгипті.

Для будови складних іригаційних споруд, величних пірамід, каналів, водоймищ і т.д. необхідні були великі технічні програми, значні фінансові та людські ресурси. Ці завдання могла виконати багаторівнева централізована влада системи управління. Такі централізовані влади являли собою монархічні режими, які склалися в Єгипті та Вавилоні, а у подальшому і в Греції (мінойський і крито-мікенський період). Для будівництва таких складних споруд необхідні були математичні розрахунки, різні розроблені технології, широка і повсюдна спеціалізація. Численні керамічні таблички, знайдені у Месопотамії, папіруси Ринда і московський характеризують певною мірою рівень математичного і науково-технічного розвитку стародавніх людей. Вони характеризують консервативні форми побудови наукових знань, догматичні форми викладу науково-технічних досягнень.

У Стародавньому Єгипті і Вавилоні відбулося колосальне накопичення фактів виробничо-практичної діяльності, що згодом привело до спеціалізації та диференціації видів практичної діяльності; в управлінні отримали розвиток авторитарні форми правління. Але все це поєднувалось з низьким рівнем свідомої виробничої діяльності. Тому єгиптяни так і залишились орієнтованими на накопичення досвіду, його описування та закріплення у вигляді розпоряджень. Треба думати, що основною причиною такого підходу є соціально-економічний та політичний устрій монархічних держав, духовна

пригніченість самосвідомості громадян, жорстокі монархічні режими та рабовласницька деспотія, централізована релігійна система.

У Стародавній Греції так само широко застосовувалась рабська праця, але на основних, ключових посадах працювали вільно народжені громадяни. У VIII-VII ст. до н.е. грецькому демосу вдалося досягнути політичної рівності з аристократами та олігархією. Політичний устрій грецьких полісів набув демократичних форм правління, життя вільних громадян носило агональний (змагальний) характер. Змагання велось у створенні матеріальних цінностей, ораторському мистецтві, у логіці мислення, у спортивних змаганнях, у наукових досягненнях, у філософських дискусіях, в яких прагнули пізнати істину.

Велике значення у розвитку науки мали наукові школи Мілета, Афін, Кротона, Александрії та ін. "Грецію врятувала від релігії східного типу відсутність жрецтва та наявність шкіл", – говорить Б.Рассел [1, 39].

Багато авторів перераховують десятки ремесел, які розвивалися в цей період у монархічних державах. Але їхній розвиток відбувався вельми повільно. Широке застосування рабської праці перешкоджало розвитку науково-технічного прогресу.

Піфагорійці, а слідом за ними Платон великого значення у науковому пізнанні надавали досягненню істини в теоретичних побудовах, але осуджували прикладне використання теоретичних побудов, розглядаючи це як просте ремесло. Така постановка питання передовими мислителями гальмувала запровадження у науково-технічний прогрес передових наукових результатів. Але, разом з тим, "античність ... вперше запалила факел вільної особистості", – зазначає академік О.Ф.Лосєв. Особливо яскраво це виявилось в "золотий вік Перикла". "Я стверджую, – говорив Перикл, – що наше місто – школа всієї Еллади, і гадаю, що кожний з нас сам по собі може з легкістю і витонченістю виявити свою особистість у найрізноманітніших життєвих умовах" [2, 108]. Існували галузі, де особливо жваво йшло впровадження науково-технічної думки – в будівництві храмів, мостів, водопроводів, у кораблебудуванні, у прикладній астрономії і, особливо, у військовій техніці. Саме ці практичні завдання привели до постановки теоретичних задач, таких як три задачі древності (подвоєння куба, трисекції кута, квадратури кола), встановлення пропорцій у статуях та при будівництві храмів; задачі статички, балістики, гідравліки, маркшейдерської справи. У V-IV ст. до н.е. з формуванням професійних армій грецькі поліси усе більше потребували захисних споруд на кріпосних стінах і вежах. Це привело

до пошуку нових технічних засобів і створення військових машин, здатних відбивати натиск обложників. Усе це вимагало не просто застосування практичних засобів, але й розвитку механічно-технічних пристроїв із застосуванням математичних розрахунків. Технічна практика і багатий емпіричний матеріал народів Сходу сприяли розвитку теоретичної думки народів Стародавньої Греції. Розвиток перших теоретичних побудов (теорії важеля, гідростатики, гвинта, астрономії та ін.) став можливим тільки на певному етапі розвитку людського суспільства, коли предметно-практична форма мислення стала переходити до абстрактно-теоретичної, коли суто матеріальна сфера стала створювати умови для розвитку загальнокультурної та духовної сфери.

Саме перехід від рецептурно-описових, індуктивних методів до логічно обґрунтованих дедуктивних методів став основною передумовою для побудови наукового знання й, у тому числі, теоретичного природознавства: астрономії, механіки, оптики, гідростатики, статички. Вже в діяльності мислителів Мілетської школи Фалеса (640-546 до н.е.), Анаксимандра (610-540 до н.е.), Анаксімена (585-528 до н.е.) можна спостерігати зародження елементів абстрактного мислення. Але першим у вивченні й обладнанні античних машин та механізмів з використанням математичного апарата став піфагорієць Архіт Тарентський (428-365 до н.е.) – математик, механік, винахідник, полководець і державний діяч. "Архіт першим застосував геометричне креслення для вивчення принципу дії механізму, першим створив механічний пристрій для розв'язання задачі про подвоєння куба, яка називається делоською задачею" [3, 335]. Це була перша спроба розв'язання математичної задачі механічним способом. При розв'язанні цієї задачі виявився його надзвичайний розум і талант. Це розв'язання викликало захоплення не тільки стародавніх, а й сучасних математиків. "Хіба ж це не чудово, – говорить В.Л. Ван дер Варден, – Архіта, мабуть, охопило якесь справді божественне натхнення, коли він знайшов цю побудову" [4, 210]. При розв'язанні цієї задачі він використав принцип безперервності при перетині декількох поверхонь. При цьому він зробив висновок, що, якщо величина, яка безперервно змінюється, більша, а потім менша певної заданої величини, то в певному моменті, місці вона дорівнюватиме їй.

Характерною особливістю наукової творчості Архіта є застосування математичних методів у механічних побудовах: конструювання машин і механізмів, з одного боку, з запровадженням математичних розрахунків і висновків, та запровадження в

математику руху та змінної величини – з другого. "Він першим досліджував механіку, використовуючи математичні принципи, і вперше застосував механічний рух до геометричного креслення, коли перетином напівциліндра намагався знайти дві середніх пропорціональних, щоб розв'язати задачу про подвоєння куба", – говорить Діоген Лаертський [3, 448].

Широко використовував теоретичні дослідження математики в технічних винаходах видатний учень Архіта Евдокс Кнідський (408-355 до н.е.). Він звертав велику увагу і на астрономію, вперше сконструював модель Сонячної системи, яка складається з 27 концентричних сфер, в її центрі помістив Землю, створивши геоцентричну систему; зробив першу спробу в історії науки побудови теорії руху планет Сонячної системи, поклав початок вивченню сферичної тригонометрії.

Проте в класичний період розвитку науки та філософії при побудові теоретичних знань перевага віддавалась умоглядним наукам, зневажались різні прикладні методи. "...Платон осуджував Евдокса, Архіта і Менехма за те, що вони намагались звести подвоєння об'єму до органічних та механічних конструкцій, оскільки тим самим вони намагались знайти дві цілих пропорціональних ірраціональним шляхом. Тим самим, за Платоном, гине і знищується цінність геометрії, тому що вона знову повертається до чуттєвих речей, а не зводиться вгору і не осягає вічних істин та безтілесних образів, перебуваючи в яких, бог вічно божий", – говорить Плутарх [5, 452]. Платон і Аристотель вищою мудрістю вважали теоретичні побудови, застосування в математиці механічних методів, рухи вважали недопустимим явищем, на їхню думку, вчені, тим самим, здійснюють повернення до простого емпіризму та спрощення, огрублення наукового знання. "А якщо є дещо вічне, нерухоме та існуюче окремо, – говорить Аристотель, – то його, очевидно, повинна визнати наука умоглядна..." [6, 181]. Подальший розвиток наукового знання привів до їхньої диференціації та розвитку у різних напрямках.

Враховуючи те, що Платон та Аристотель у науковому пізнанні цінили теоретичні знання, вони і вчених, які будували умоглядну науку, вважали більш значущими. Так, Аристотель у "Метафізиці" говорить: "А після того, як було відкрито більше мистецтв, одні – для задоволення необхідних потреб, інші – для згаяння часу, винахідників останніх ми завжди вважаємо більш мудрими, аніж винахідників перших, тому що їхні знання були звернені не на отримання вигоди" [7, 6].

Подальший розвиток науки і філософії показав помилковість позиції Платона і Аристотеля. Наукові теорії успішно розвиваються при широкому використанні емперико-індуктивних та теоретико-дедуктивних методів, наукове пізнання повинно служити людям у вирішенні їхніх насущних проблем.

На відміну від теоретичних дисциплін, механіка переслідує діаметрально протилежні цілі, її закони та технічні пристрої розраховані не для "згаяння часу", а для того, щоб "перехитрити" природу і отримати практичну вигоду, виграти в силі при виконанні певної роботи.

Подальшого розвитку науково-технічна думка набула у роботах александрійського механіка Ктесібей. Він заклав основи пневматичної та гідравлічної техніки. Винайшов двоциліндровий поршневий насос, водяний годинник, водяний орган, аеротон – військову машину, в якій за пружне тіло виступає стиснене повітря. Його ідеї були розвинуті Філоном Візантійським та Героном Александрійським. Цей напрям розвитку техніки мав безпосередній вплив на подальший розвиток технологій виготовлюваних машин.

При створенні технічних пристроїв у IV-III ст. до н.е. античні техніки домагалися трьох основних цілей: вирішення проблеми виграшу в силі за допомогою застосування технічних пристроїв; установлення рівноваги тіл, які знаходяться під впливом сил; і розподіл ваги між опорами.

Античні механіки багато механічних задач могли зводити до визначення довжини (плеча) важеля, до положення центра ваги та умови рівноваги тіл. Вони могли виділити дію важеля в конструкціях простих машин: коловорота, блока, гвинта, клина, але довго не могли встановити закон важеля.

І в аристотельському корпусі невідомим автором був створений трактат "Механічні проблеми", який належить віднести до більш пізніх представників перипатетичної школи. Не виключено, що це був Стратон, проте існують й інші думки. В "Механічних проблемах" розв'язувались основні задачі механіки того часу; автор "Механічних проблем" формулює основну проблему – проблему важеля. Ця проблема належить до таких, які викликають здивування, здаються неймовірними: як порівняно невелика сила може з допомогою важеля рухати чи піднімати велику вагу, яка набагато перевищує її? Остаточну причину автор "Механічних проблем" бачить у властивостях круга. Круг являє собою єдність руху і спокою. Так, при обертанні круга навколо центра точки кола рухаються, а центр перебуває у стані спокою. При обертанні круга одночасно

відбувається рух у двох напрямках (вгору і вниз); кожний радіус, починаючи рухатись, із свого вихідного положення, в кінцевому результаті, прийде у нього ж.

Враховуючи те, що круг рухається одночасно у двох напрямках, то при зіткненні двох кругів (зубчаста чи фракційна передача) кожен наступний круг буде рухатися у протилежному напрямку.

Автор "Механічних проблем" вказує на цю особливість круга, що лежить в основі чудесних властивостей важеля, терезів та інших механічних побудов. Далі автор розглядає більше 30 проблем, які здебільшого зводяться до принципу важеля. Проте автор "Механічних проблем" зазнає невдачі, коли виходить за межі статики.

Незважаючи на це, "Механічні проблеми" являють собою перший науковий документ, присвячений механіці. До цього давні греки більше уваги звертали на математику, астрономію, логіку, філософію. Але, разом з тим, у "Механічних проблемах" у дусі Аристотеля піднімаються питання про встановлення причинно-наслідкових зв'язків і в механіці. Цей трактат відкрив для науки нову галузь дослідження. Необхідний був мислитель нового конструктивного розуму, здатний об'єднати воедино теоретичні наукові розробки та технічні побудови для створення нових наукових теорій і технічних пристроїв, які б узагальнили та розвинули усі попередні побудови. Ці задачі розв'язував великий механік і математик Архімед. "Архімед піднявся на вищий, аніж раніше, ступінь абстракції, зумівши відірватись від конкретних особливостей розглядуваних величин і пізнати, як би ми сказали зараз, внутрішні функціональні зв'язки між ними" [8, 106-107]. Як зазначалося вище, були і більш ранні дослідження та побудови. Проте при Архімеді механіка як наука виділилася в окрему наукову систему. "Інженерна інтуїція Архімеда була настільки великою, що, як показує детальний розбір його висновків, в основі його досліджень по суті лежать ті ж теореми, які було встановлено тільки у другій половині XIX ст." [9, 578].

Як відомо з історії науки, грецька наука страждала експериментальними дослідженнями. Початок систематичних експериментів належить до більш пізнього еллінізму, вони пов'язані з балістикою та військовою інженерією, вивчається функціонування між машинами, їхніми розмірами та формами їхніх частин. Систематично вивчаються різного роду металеві пристрої, підіймачі, водопідіймачі та інші механізми.

Архімед займає унікальне становище в античній науці елліністичного періоду. Він поєднав у своїй особі геніального математика, що дав принципово нові напрями в її розвитку, які

привели до побудови диференційного та інтегрального числення; з іншого боку, він – найвидатніший механік та інженер, який перевершив усіх своїх попередників, побудувавши всі механічні теорії (статичу, гідростатику, балістику, оптику) на математичній основі.

Він вперше застосував механічні методи у доказах математичних положень. Установивши зв'язок між математикою та статикою (теорією важеля), він знаходить площу параболічного сегмента. Це стало можливим лише після того, як Архімед перетворив теорію важеля в точну математичну науку. Для нього не було різниці, де він застосовував свій механічно-математичний метод: у задачах математики чи механіки. Тому він будує теорію механіки на точно математичній основі. Зразком для побудови технічних положень механіки були "Начала" Евкліда. Архімед розробляє систему з 7 аксіом механіки і, користуючись чистою дедукцією, виводить закон важеля. Теореми здебільшого доводяться методом від противного. А в математичній роботі "Квадратура параболи" та інших роботах широко використовується механічний метод. І в трактаті "Про рівновагу плоских фігур" Архімед користується аксіоматичним методом. Він сформулював сім аксіом, за допомогою яких також виводить закон важеля. Замість фізичного важеля використовуються геометричні лінії, де доказ теорем отримує відволічений математичний характер. Так, наприклад:

1. Рівні ваги на рівних довжинах урівноважуються, але переважають ваги на більшій довжині.

2. Якщо при рівновазі ваг на яких-небудь довжинах до однієї з них буде що-небудь додано, то вони не будуть урівноважуватися, але переважить та вага, до якої було додано. Та інші аксіоми.

Як бачимо, Архімед намагався побудувати механіку аксіоматично, за образом і подобою "Начал" Евкліда, вважаючи їх зразком у побудові наукової теорії.

Особливе місце серед наукової спадщини займає трактат "Про плаваючі тіла". Він також сформулював ряд аксіом, за допомогою яких довів теореми, які стали основою гідростатики.

Особливо слід відзначити винаходи Архімеда: це конструкція, яка використовувалась для перекидання римських кораблів під час оборони Сиракуз, що називалася "лапою"; водопідіймач Архімеда, який отримав назву "равлика" і застосовувався для поливу полів; прилад для визначення видимого діаметра Сонця. Архімед побудував модель небесної сфери, або планетарію, який був вивезений Марцелом до Риму після падіння Сиракуз та загибелі Архімеда. Цей

планетарій був предметом загального захоплення протягом декількох століть. Він являв собою удосконалений планетарій Евдокса Кнідського, який приводився в рух за допомогою гідравлічного органа, який являв собою удосконалений гідравлічний насос александрійського інженера Ктесібєя. Цей гідравлічний орган, за свідченням Пертуліана, являв собою одне з чудес техніки того часу.

Розвиваючи механічні методи в античній науці, Архімед велику увагу звертав на розвиток математики. Одним з його видатних досягнень є розвиток диференціальних та інтегральних методів. Одна з таких задач (обчислення довжини одного витка спіралі, яка називається "спіраллю Архімеда") привела його до побудови диференціального трикутника. Цей диференціальний трикутник став підґрунтям для зародження диференціальних та інтегральних методів у математиці.

При обчисленні довжини у спіралі Архімед вводить досить малий трикутник, замінюючи дугу спіралі відрізком дотичної, і з точністю до безкінечно малих підсумовує приріст дотичних. Ці методи Архімеда обчислення довжини спіралі, обчислення площі параболічного сегмента, поверхонь та об'ємів кулі і її частин не вписувались у замкнуту логіко-математичну структуру "Начал" Евкліда – вони виходили за її межі. Архімеду довелося розширити аксіоматичну систему математики, він увів аксіоми про обняті та охопні лінії і поверхні та ін. і цим розширив дедуктивні можливості математики. У цьому плані методи Архімеда стали зразком розвитку раціоналістичних методів у науковому пізнанні. Такими роботами Архімеда захоплювались не тільки його сучасники, але й мислителі більш пізніх поколінь: "...геометрія, в якій розглядаються величини криволінійних фігур, – наука вже зовсім іншого роду, я називаю її звичайно Архімедовою", – говорить Лейбніц [10, 147].

Методи Архімеда стали предметом вивчення мислителів епохи Відродження (Галілея, Кавальєрі) та Нового часу (Барроу, Паскаля, Ньютона, Лейбніца). Лейбніц, аналізуючи механіко-математичні методи Архімеда, відзначав, що, вивчаючи праці Архімеда, перестаєш дивуватися успіхам сучасних математиків.

Підводячи підсумок досягненням Архімеда у розвитку механіки і техніки, слід зазначити, що його розробки лежали в руслі розвитку античної науки і техніки. "Проте принципова відмінність Архімеда від видатних інженерів того часу Ктесібєя і Філона полягала в тому, що задачі механіки він зумів розв'язати точно математично, застосовувавши дедуктивні методи доказів; він зумів осмислити дію ряду елементарних механізмів, якими людство здавна користувалось

у повсякденній практиці, і поклав, тим самим, початок розвитку теоретичної механіки..." [11, 322].

Остання діяльність у розвитку механіки та технічних засобів александрійської школи належить працям Герона Александрійського та Паппа Александрійського.

Діяльність Герона проходила у I ст. н.е. в Александрії – в Римський період. Він залишив численні роботи з математики і механіки; основні свої праці він виклав у книгах: "Механіка", "Книга про підйомні механізми", "Пневматика", "Книга про військові машини", "Театр автоматів", "Метрика", "Геометрія". У механічних роботах він досліджував найпростіші підйомні пристосування – гвинт, клин, важіль, похилу площину, блок та деякі їх комбінації. У "Пневматиці" ним розглянуто ряд гідропневматичних приладів. У своїх математичних роботах "Метрика", "Геометрія" він, "безперечно, опирається на давньогрецьку традицію" [12, 69]. Але він робить як би повернення до старого, східного методу викладу математичних положень. Теореми не доводяться, а створюються різного роду довідникові і табличні матеріали для практичного користування. Треба думати, що римська окупація наклала свій відбиток і на розвиток наукових досліджень. Римляни відрізнялись крайнім прагматизмом та практицизмом і не прагнули до побудови точних наукових теорій, до логічних висновків, не прагнули до досягнення наукової істини.

Слідом за Героном Папп Александрійський прагне показати раціональний зв'язок між теоретичною та прикладною механікою. Творчість пізніх александрійців наклала свій відбиток на розвиток складних механічних пристроїв, на розвиток зубчастих передач, годинникового виробництва та різних автоматів.

Раціональна механіка александрійської школи узагальнила теоретичну і практичну спадщину своїх попередників і стала вершиною раннього наукового знання. "Від античної механіки у працях Архімеда до виходу у світ фундаментальної праці Ньютона, котрим під науково-технічне знання було підведено природничо-наукове теоретичне обґрунтування, минуло дев'ятнадцять століть" [13, 38].

Математика і механіка античності мали величезний вплив на розвиток середньовічної науки. Роботи вчених XVII століття базувались на наукових досягненнях античних учених. Це, в першу чергу, роботи: Луки Валеріо "Три книги про центр ваги" (1604р.); чотири книги Пауля Гульдї "Про центр ваги" (1635-1641р.); Бонавентура Кавальєрі "Геометрія, розвинена новим способом за

допомогою неподільних неперервного" (1635р.); "Шість геометричних етюдів" (1647р.); Еванджеліста Торрічеллі "Геометричні праці" (1644р.) та інші. Основні положення праць цих авторів впливали з праць Архімеда, тому І.Н. Веселовський назвав Архімеда провідним математиком XVII ст. [9, 29].

Отже, всі ці роботи стали логічним продовженням та розвитком великої спадщини античних і, особливо, александрійських вчених, що привело не до створення, а до завершення Ньютоном і Лейбніцем диференціального та інтегрального числення та побудови Ньютоном "Математичних начал натуральної філософії". Праці античних механіків і математиків заклали основи європейської механіки, статички, гідростатички, небесної механіки.

Так, основні роботи Галілея присвячені руху інерційних систем, у його принципі відносності викладені найважливіші положення динаміки, закони додавання руху і швидкостей, закони падіння тіл. Він цілком спростував динаміку Аристотеля і намітив шлях до створення ньютонівської динаміки; виклав загальну теорію простих машин, почав дослідження в статиці, динаміці і механіці.

І. Ньютон (1643-1727р.) у роботі "Математичні начала натуральної філософії" узагальнив результати своїх попередників і створив єдину систему земної і небесної механіки. Сформулював основні поняття механіки: маси, густини, кількості руху, сили, простору, часу; сформулював закон всесвітнього тяжіння і три закони механіки.

Подальший розвиток механіки протікав на строгій математичній основі. Французький математик і механік Лагранж (1736-1813р.) у роботі "Аналітична механіка" підвів підсумки робіт механіків попередніх поколінь, відмовився від геометричних методів, звів навчання про рівновагу і рух до деяких загальних рівнянь.

Багато авторів провели серйозні дослідження в сфері філософського обґрунтування механіки.

Далі розвиток механіки привів до побудови А. Пуанкаре, А. Енштейном теорії відносності і нової наукової картини світу. Механіка як наука стала класичною, були створені цілі розділи з її різних напрямків. Суцільна математизація дає можливість подальшого її розвитку.

ВПЛИВ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ НА РОЗВИТОК ФІЛОСОФІЇ

Дослідженню взаємозв'язку філософії, математики і теоретичного природознавства присвятили свої роботи багато сучасних вчених: Б.І.Козлов [1], К.М. Узбек [2], [12], О.І. Кедровський [11], Ц.З. Цехмістро, В.А. Панфілов, А.Т. Фоменко, П.П. Гайденко та інші.

Незважаючи на велику увагу до цього питання багатьох дослідників, на наш погляд, до сьогодні ще недостатньо показаним є взаємозв'язок математики і механіки в контексті їх історичного розвитку.

Мета статті – спираючись на праці древніх мислителів і літературу, в якій досліджується антична наука, проаналізувати формування математики і механіки в процесі їх історичного розвитку.

Розглянемо, в чому суть такого взаємозв'язку, а також роль, яку відіграли ці науки у розвитку філософії і сучасного наукового знання.

Зародження математики і механіки належить до доісторичного періоду, вони виникли з практичної і виробничої діяльності людини. Перші реальні передумови виникнення наукових знань з механіки пов'язані з її трудовою діяльністю, з необхідністю створення виробничо-технічних засобів для підкорення сил природи і необхідністю створення засобів існування. Перехід від кам'яних знарядь праці до металевих (з міді і бронзи, а потім заліза) раціоналізував різні прийоми праці і виконання операцій. Це призвело до різкого підвищення продуктивності праці. Кооперація і спеціалізація праці та централізоване керівництво всіма процесами виробництва в Шумеро-Вавілонії і Єгипті сприяли розвитку широкомасштабних робіт по будівництву іригаційних систем, пірамід, палаців, знарядь праці. Це вимагало, у свою чергу, накопичення нових виробничо-технічних, механічних знань, розвитку математичних розрахунків при будівництві різних споруд, які акумулювалися у писарів – охоронців древньої емпірії у вигляді канонів. Свідками таких знань є папірус Рінда, що зберігається в Британському музеї, і московський папірус, а також численні керамічні таблички, знайдені в Месопотамії (сучасний Ірак). З цих свідчень можна судити про колосальний емпіричний матеріал, накопичений минулими поколіннями різних народів. Але значним недоліком їх діяльності є відсутність логічного взаємозв'язку між накопиченими емпіричними фактами – в цей період ще не осмислювалися результати емпірії. Народи Шумеро-Вавілонії і Єгипту не піднялися до рівня системно-раціональної побудови наукового знання, вони так і залишилися на рівні емпіричної орієнтації і накопичення окремих не пов'язаних між собою досвідово-

емпіричних фактів. Для узагальнення і встановлення взаємозв'язку між цими фактами необхідний був розвиток критичного мислення, доказових суджень, а також вироблення раціональних форм господарювання.

В умовах жорстокого владного та релігійного деспотизму великих східних цивілізацій обмежувалася і регламентувалася вся духовна діяльність членів рабовласницького суспільства.

Розвиток гіпотeko-дедуктивного методу абстрактного мислення, основ логіки і теоретичної побудови наукового знання сприяв становленню науково-технічної думки і побудові механіки як теорії технічної думки. Системно-структурна побудова геометрії була теоретичною основою у побудові механіки як теоретичної науки.

Порівняно повільний темп розвитку давньогрецької науки і техніки на межі VIII – VII ст. до н. е. змінюється прискоренням їх розвитком. Це пов'язують зі швидким розвитком мореплавства і зовнішньої торгівлі, проведенням колонізаційної системи і будівництвом різного роду споруд. Все це стимулювало розвиток ремесел, переробки корисних копалин, виплавки металів. Для виконання всього комплексу робіт необхідно було розвивати науку і виробництво. "При загальному уповільненому розвитку техніки в VI-III ст. до н. е. існували все ж і більш пожвавлені галузі: будівництво храмів, мостів, водоводів, кораблебудування, прикладна астрономія і, особливо, військова техніка" [1, с.25]. Саме при будівництві різних споруд і механізмів виникли нові потреби у розв'язанні класичних задач.

Перехід від рецептурно описових форм знання, індуктивно отриманих результатів до логічно обґрунтованих систем дедуктивних побудов мав глибоке коріння в загальнокультурному розвитку грецького суспільства. Серед чинників, які до нього призвели, слід назвати передусім соціально-політичні і побутові умови, в яких перебувало грецьке суспільство: схильність до змагання в різних сферах діяльності, пошуку істини в науці, ораторському мистецтві, риториці, судових процесах, політичних дискусіях. Всі ці процеси стали можливими внаслідок впровадження демократичних принципів, які розвивалися в умовах рабовласницької демократії грецьких міст-держав. Все це сукупно сприяло розвитку логічної думки, теоретичного мислення. Раціональна практика стародавніх греків знайшла своє концептуальне вираження в теоретичних побудовах окремих наук – математики, фізики, астрономії, гармонії, механіки, їх філософському обґрунтуванні в наукових і філософських школах.

"Складний діалектичний за своєю природою перехід від індуктивно віднайдених математичних положень за допомогою зведення їх до основи, яка емпірично підтверджується, до обґрунтування цих положень подумковим аналізуванням на найпростіші, логічно атомарні ствердження і дедуціювання, виведення з останніх, є сутнісною характеристикою становлення доказової дедуктивної науки" [2, с.12].

Три знамениті задачі старовини, які виникли внаслідок практичної необхідності, і спроба розв'язання їх традиційними методами сприяли розробці механіко-геометричних методів. Так вперше для розв'язання задач геометрії Архіт Тарентський (428 – 355 р. до н.е.) вводить креслення, а при розв'язанні задачі про подвоєння куба (делосської задачі) він застосовує стереометричну побудову, яка базується на перетині циліндра, конуса і тора. При цьому викреслюється лінія, як геометричне місце точок, координати яких можна віднайти за допомогою пропорції $a : x = x : y = y : 2a$, де a – ребро заданого куба, x – ребро шуканого куба.

Застосування механічного методу при розв'язанні задачі на побудову було нововведенням у математиці. Воно приводило в захоплення навіть сучасних математиків. Так, голандський математик Б. Л. Ван дер Варден пише: "Хіба це не чудово? Архіта, напевно, осяяло справді божественне натхнення, коли він знайшов цю побудову" [3, с. 210]. Новим у математиці постійних величин було введення механічного руху і встановлення функціональної залежності між величинами. "Він перший досліджував механіку, використовуючи математичні принципи, – говорить Діоген Лаертський, – і вперше застосував механічний рух до геометричного креслення, коли перетином напівциліндра прагнув знайти дві середні пропорційні, щоб вирішити задачу про подвоєння куба" [4, с. 355].

Аналізуючи геометричні побудови Архіта, Б.Л.Ван дер Варден відмічає: "На кресленні Архіта все знаходиться в русі: його мислення кінематичне. Вже в давнину помітили, що він ввів до геометрії механічні методи. Потім ми бачимо, що він... без всіляких вагань користувався принципом безперервності" [3, с. 211].

Велике значення Архіт Тарентський надавав розробці теорії музики, даючи їй теоретико-числове обґрунтування. За словами К.Птолемея, його можна вважати найбільшим теоретиком музики. Він "...намагається провести принцип пропорціональності не тільки в консонансах, але і в розподілі тетрахордів, вважаючи, що сумірність інтервалів є характерною властивістю музики" [5, с. 452]. Силу звучання Архіт пов'язує з швидкістю руху тіла. Так Теон Смірнський

з цього приводу відмічає: "Евдокс і Архіт вважали, що консонанси полягають в числових відношеннях, визнаючи також, що відношення є між рухами, причому швидкий рух дає високий звук, оскільки він безперервно коливає і різкіше ударяє повітря, а повільний – низький, оскільки він більш млявий" [там само, с. 453 – 454].

Паралельно з механіко-математичними методами розвитку наукового знання Архіт розвивав логічні форми, застосовані в інших сферах інтелектуальної діяльності людини: ораторському мистецтві, риториці, різних диспутах, судових процесах. Але найбільш яскраво логічні форми проявилися в математичних доказах. Тому по праву вважають, що логіка "вивільнена" з математики, формальна логіка – "дитя математики". "Коли Аристотель зібрав воєдино правила логіки, – говорить Б.Л.Ван дер Варден, – то цим він просто привів до системи ті закономірності, які він знайшов у міркуваннях математиків і філософів, які передували йому" [там само, с. 211].

Архіт Тарентський своєю творчістю прагнув створити єдине вчення, яке об'єднало б математику, механіку, логіку, вчення про доброчесність, державу і філософію. Він був уособленням фізичної і етичної досконалості.

Творчість Архіта Тарентського сприяла подальшому розвитку раціоналістичних методів у побудові наукового знання.

Механічний метод при розв'язанні задачі про трисекцію кута застосував і софіст Гіппій Еллідський (V ст. до н.е.). Для її вирішення він винайшов криву, названу згодом квадратрисою – вона отримується внаслідок складання двох рухів: у нерухомому квадраті одна його вертикальна (ліва) сторона обертається за годинниковою стрілкою і за час t здійснює поворот на 90° до горизонтального її положення; і другий рух – ця ж сторона за цей же час t переміщається зліва направо до положення правої сторони квадрата. Точки перетину цих прямих і утворюють безперервну криву – квадратрису.

Це були перші приклади використання механічних методів при розв'язанні задач геометрії. Платон суворо засуджував таке використання механіки в геометрії, вважаючи, що цим втрачаються класичні методи, і математика відходить від своїх класичних методів до простого ремесла.

Але ні заборони Платона, ні суворі формально-логічні побудови Аристотеля не змогли зупинити процес впровадження механічних методів у математичних побудовах.

Зароджувалися і нові напрями, пов'язані з кінчними перетинами. Ними займалися Арістей (бл. 320 р. до н.е.), Менехм (бл. 360 р. до

н.е.), Архімед (287 – 212 р. до н.е.), і остаточну теорію конічних перетинів побудував Аполлоній Пергський (бл. 262 – 190 р. до н.е.).

Інший напрям у розвитку математики був пов'язаний з впровадженням і розвитком нескінченно малих величин. Він бере свій початок у елеатів в апоріях Зенона, у творчості Анаксагора і атомістів Левкіппа і Демокрита. Сильний імпульс розвитку цього напрямку математика отримала в розроблених Евдоксом Кнідським (408 – 355 р. до н.е.) методах відношень і вичерпності. Вони лягли в основу інфінітезимальних методів Архімеда, який широко використовував механічні методи в математичних побудовах. Ці методи Архімеда стали основою побудови диференціальних і інтегральних методів, розроблених подальшою математикою, і отримали своє завершення в працях Ньютона і Лейбніца.

Розглянемо, в чому суть методів "вичерпності" і "відношень", розроблених Евдоксом Кнідським.

Зіткнувшись з піфагорійською проблемою несумірності діагоналі квадрата і його сторони, Евдокс вводить до математики геометричне поняття "величини" як відрізка, що безперервно змінюється, який з будь-якою мірою точності міг визначати інші відрізки. Така "деформація" відрізка вперше була введена в математику, що привело всі її елементи до руху. Раціоналізація ірраціонального числа за допомогою ряду відношень, що наближаються, приводило до граничного переходу. Ірраціональне число розглядалося як певна межа, до якого прагнув ряд відношень, являючи собою числову послідовність.

Ця геніальна теорія відношень своєю побудовою ввела поняття геометричної "величини", замість арифметичного поняття числа. "Побудована Евдоксом теорія величин – один з найбільших витворів математики за всю її історію" [5, с. 194]. Подальший розвиток ця фундаментальна теорія отримала в сучасній теорії ірраціональностей Ю.Дедекінда. Вона поклала кінець першій кризі основ математики, пов'язаній з піфагорійською проблемою несумірності квадрата і його сторони. Починаючи з цього періоду в математиці, теоретичному природознавстві (механіці, фізиці, астрономії, акустиці, теорії музики) і філософії встановлюється взаємозв'язок між дискретним і безперервним, між арифметичним і континуальним геометричним. Така взаємодія призводить до їх взаємного збагачення і подальшого розвитку.

Важко переоцінити заслуги цього математика, результати його досліджень з математики були складовими частинами V, VI, другої половини XI і XII книг "Начал" Евкліда.

"У геометрії Евдокс створив метод вичерпності, який для Архімеда був єдиним суто науковим методом визначення площ і об'ємів криволінійних фігур та тіл" [3, с. 20]. Цей метод Евдокса дійшов до нас також як складова частина "Начал" Евкліда, у другій половині XI і XII книгах. У основу методу вичерпності Евдокс поклав сформульовану ним аксіому: "Якщо від деякої величини відняти більше половини, від залишку також відняти більше половини і так далі постійно, то можна отримати залишок, менший за будь-яку задану величину" [там само]. Цю аксіому Евдокс застосовує при обчисленні площі кола і його частин, доводить теореми, в яких розглядаються відношення площ і об'ємів круглих тіл (кіл, конусів, циліндрів).

Сучасний доказ відношень вписаних і описаних у коло багатокутників базується на теоремах Евдокса.

Розвиток математики змінних величин, аж до сучасного її викладу, базується на методі вичерпності Евдокса.

Теорію відношень Евдокс поширював також на змінні величини, і цим він впритул підійшов до сучасної нам теорії меж: "Якщо дві змінні величини знаходяться весь час в однакових відношеннях, то в тих же самих відношеннях будуть знаходитися також їх межі, так що, оскільки площі двох подібних вписаних багатокутників відносяться як квадрати діаметрів описаних навколо них кіл, то площі цих кіл також будуть відноситися як квадрати їх діаметрів" [там само].

Значний внесок Евдокс Кнідський зробив у розвиток теорії руху планет Сонячної системи, побудувавши кінематичну модель планетних рухів. Він заклав основи сферичної геометрії, за допомогою якої розробив методи визначення порівняльних величин і відстаней від Землі до Місяця і Сонця. Сонячна система Евдокса складалася з 27 концентричних сфер, у центрі яких знаходилася Земля. Евдоксовим методом побудови Сонячної системи скористався Аристарх Самоський при побудові своєї геліоцентричної системи.

Оцінюючи науковий внесок Евдокса Кнідського, Б.Л. Ван дер Варден говорить, що він є одним з найбільших математиків усіх часів і народів.

Подальший розвиток теорія ірраціональностей отримала в працях Феодора Киренського, Теетета Афінського та інших математиків. Коментуючи цей період діяльності давньогрецьких математиків, О.Нейгебауер пише: "...теорія ірраціональних величин і пов'язана з нею теорія інтегрування мають суто грецьке походження" [7, с. 149].

У цей період у математиці, теоретичному природознавстві і філософії безперервна величина виходить на перший план, а

цілочисельні відношення виступають як окремий випадок і отримують другорядне значення. Але, незважаючи на тісний взаємозв'язок математики і філософії класичного періоду, в Академії Платона "грецькі математики в своїх дослідженнях йшли шляхом, прокладеним піфагорійцями та їх послідовниками у IV ст. (Феодором, Теететом, Евдоксом), і мало цікавилися формальною логікою при викладі своїх результатів", відзначає Н.Бурбакі [8, с. 14]. Працюючи над розрізненими темами, математика впритул підійшла до побудови систематичного курсу на базі визначень, постулатів і аксіом. Необхідно було виробити єдину формально-логічну систему – "теорію доказу" і побудувати всю математику, а далі – і теоретичне природознавство за цією суворою логічною системою. Цю задачу виконав Аристотель, побудувавши формальну логіку на базі логічних побудов, після чого стала можливою структурно-логічна побудова всієї математики Евклідом, яка отримала назву "Начала".

Для системно-структурної побудови геометрії Евклід з емпірично підібраних фактів добирає і формулює 23 визначення. Він не розділяє першооснови на поняття, що визначаються і не визначаються, намагаючись дати визначення і тим, і іншим:

1. точка є те, що не має частин;
2. лінія ж – довжина без ширини;
3. кінці ж лінії – точки і т.д. [9, с. 11].

Далі Евклід формулює 5 постулатів і 9 загальних понять або аксіом. Згідно з побудовою "Начал", постулат являє "основу не доказу, а побудов не знання, а можливості існування геометричного об'єкта" [10, с. 238].

Щоб вивести властивості і довести їх, Евклід ставить перед собою завдання побудови геометричного об'єкта за допомогою циркуля і лінійки – цих свого роду базових інструментів. Побудовані таким чином геометричні об'єкти залишаються існуючими, мають екзистенційний характер, їх властивості необхідно вивчати доказово. Отже, за Евклідом, геометричний об'єкт спочатку потрібно визначити, побудувати за допомогою циркуля і лінійки, а потім на базі аксіом доводити його властивості.

Для доказу різних припущень теорії була обрана система аксіом найпростіших самоочевидних тверджень. Керуючись критерієм простоти і очевидності отриманих емпіричних фактів, істинність яких перевірена загальнолюдською практикою, необхідно застосувати їх для доказу інших, неочевидних припущень теорії. Це призвело до розгортання цілої системи доказу неочевидних припущень, взятих з

однієї математичної області (в цьому випадку з геометрії), що склало цілу теорію.

Але якою повинна бути система аксіом, яким принципам вона повинна підкорятися?

Система аксіом повинна утворювати цілісність, в якій кожна з аксіом повинна мати певні функціональні призначення. Кожна аксіома повинна бути незалежною від інших, якщо ж вона буде залежною, то вона може бути виведена за допомогою інших, а в такому разі її слід було б віднести до числа теорем. У системі аксіом не повинно бути таких, які заперечують інші, – це принцип несуперечності системи аксіом. Принцип, який характеризував її як деяку цілісну систему, прагнучи до того, щоб довести всі ствердження теорії за допомогою даної системи, надалі був прийнятий як принцип повноти системи.

Ці три принципи були взяті за основу побудови аксіоматичної системи. Вони стали свого роду регулятивами при побудові "Начал" Евкліда. Але підібрана система аксіом з емпірично накопичених фактів повинна мати певну простоту, міру спільності, тісного взаємозв'язку, бути здатною до створення доброго апарату виведення й розв'язності.

Але добір системи аксіом веде до певного "свавілля": можна створити різні аксіоматичні системи, але яка з них буде найповніше задовольняти поставлені вимоги? Виділення аксіоматичної системи стає предметом самостійного дослідження. Це наочно вперше показали творці неевклідових геометрій М.І.Лобачевський, К.Гаусс і Я.Бойан. Прагнення Д.Гільберта до повної формалізації і побудови повної аксіоматичної системи, здатної довести всі пропозиції теорії, не виправдали його надії. Теореми К.Геделя про неповноту і несуперечність спростували надії Д.Гільберта. Якщо система аксіом повна, то вона суперечлива, в будь-якій аксіоматичній системі завжди можна сформулювати припущення, яке неможливо ні довести за допомогою цієї системи аксіом, ні спростувати. З таким фактом зустрівся ще Евклід: п'ятий постулат не можна ні довести як теорему за допомогою аксіоматики, підбраною ним, ні спростувати.

Але структурна побудова першої аксіоматичної системи Евкліда була найбільш вдалою з усіх попередніх аксіоматичних систем. І подальші критики не змогли запропонувати що-небудь більш довершене, аж до Д.Гільберта.

Потрібно зазначити, що доказ усіх теорем Евклід проводить за одним і тим же алгоритмом, розгорненою схемою, що включає такі етапи:

1. формулювання припущення;
2. побудова креслення за допомогою циркуля і лінійки;
3. формулювання теореми за кресленням;
4. побудова доповнень до креслення;
5. доказ теореми з використанням креслення;
6. висновок стосовно креслення і вказівок до теорем.

Ця система доказу пунктуально виконується Евклідом при доказі всіх теорем. Такий жорсткий педантизм у побудові дедуктивної теорії здається не завжди необхідним, але він приводить до певної суворості дедуктивної теорії, яка вселяє довіру і приводить до істинності отриманих результатів і теорії загалом.

При побудові "Початків" Евклід дотримувався ще ряду принципів побудови: "...в них поєднується абстрактність і змістовність, спільність з певною мірою конкретності", відмічає О.І.Кедровський [11, с. 44]. Евклід витримує логічну послідовність у побудові всього курсу, розташовуючи розділи від простих до більш складних, створюючи струнку цілісну систему, встановлюючи суворий науковий взаємозв'язок між розділами математики. Ще Прокл відмічав: "Дуже важко відібрати і розташувати в належному порядку елементи, з яких все подальше випливає, в які все подальше розв'язується... І в усьому цьому система елементів Евкліда перевершує всі інші, бо користь її позначається на тому, що вона веде до дослідження більш довершених фігур; її ясність і досконалість забезпечується тим, що вона будує всі дослідження на аксіомах; спільність же доказу забезпечується тим, що вона переходить від початкових теорем, які носять характер принципів, до складних об'єктів мислення" [цит. за 12, с. 208].

Така струнка логіко-математична структура "Начал" повністю відповідала теорії доказу Аристотеля і філософсько-методологічним установкам Платона в побудові уможлядної математичної теорії.

Враховуючи всю суворість принципів побудови дедуктивної теорії, "Начала" Евкліда витримали критику мислителів наступних поколінь і стали неперевершеним зразком наукової теорії. Своїми "Началами" Евклід підвів підсумок діяльності математиків і філософів попередніх поколінь. "Начала" Евкліда як система наукового знання стали парадигмою в побудові інших наук: механіки, статички, гідростатички, фізики. Гіпотечно-дедуктивний метод набув характеру загальності. Він і сьогодні є основоположним у науковому пізнанні.

Глибокий аналіз аксіоматичної побудови теорії множин, діалектики множинного і єдиного, неможливість переходу від

дискретності до безперервності, від раціонального числа до ірраціонального, неможливість виконання "Програми" Гілберта – цим та іншим питанням присвятив дослідження Ц.З. Цехмістро у своїх фундаментальних працях: "Діалектика множинного і єдиного", "Холістична філософія науки". Бажаючих ознайомитися з сучасними проблемами дослідження цих питань посилаємо до названих джерел.

Аксіоматичний метод у широкому плані застосував Архімед при подальшій побудові геометрії круглих фігур і тіл, обчислюючи площі кола і його частин, довжини кола і дуг, теоретичної побудови статички, гідростатички, механіки.

У 13 книгах "Начал" Евкліда, як відомо, криві фігури і тіла не розглядаються, немає і конічних перетинів. 14 і 15 книги "Начал" не збереглися. Для дослідження фігур, окреслених кривими лініями, Архімед додає нові аксіоми:

1. З усіх ліній, які мають ті ж кінці, пряма є найкоротшою.
2. З двох ліній, які розташовані в одній площині і мають спільні кінці, обидві не рівні, якщо вони звернені опуклостями в один і той же бік і якщо одна з них або цілком обіймається іншою, або ж частиною обіймається, а в інших частинах співпадає з нею; і в цьому випадку охоплююча частина більша за охоплювану.
3. Так само і з поверхонь, які мають спільну межу, що лежить в одній площині, плоска поверхня менша за інші.
4. З інших поверхонь, які мають спільну плоску межу, дві не рівні, якщо вони звернені опуклістю в один і той же бік, і одна охоплює іншу, при цьому охоплююча більша за охоплювану.
5. З нерівних ліній, нерівних поверхонь, нерівних тіл менше, будучи повторюваним достатнє число разів, перевершить більше.

Ця, остання аксіома безпосередньо впливає з аксіоми Евдокса як окремий її випадок, що стосується не числових нерівностей, як у Евдокса, а величини (довжині лінії і площі поверхні).

Далі Архімед доводить лемми, які мають як геометричну, так і механічну основи:

- центром ваги всякої прямої буде її середина;
- якщо центри ваги будь-якої кількості величин знаходяться на одній прямій, то на цій же прямій буде знаходитися і центр ваги величини, складеної з всіх цих величин;
- центром ваги всякого трикутника буде точка, в якій перетинаються прямі, проведені з вершин трикутника до середини його сторін (у сучасному формулюванні це точка перетину медіан трикутника).

У листі до Досифея Архімед пише про свої дослідження, що він "знайшов спершу за допомогою механіки, а потім довів геометрично" [цит. по 12, с.175].

У математичній творчості Архімеда роботи з механіки зайняли настільки велике місце, що важко сказати, хто він передусім – математик чи механік. Для нього не було відмінності, яка це задача – з математики чи з механіки. Геометричні тіла, фігури він розглядав як матеріальні утворення, що мають не тільки площі і об'єми, але і масу, і вагу, якими він так само оперував при знаходженні їх поверхонь і об'ємів, центрів ваги і різних властивостей.

При обчисленні площ кола, параболічного сегмента, об'єму піраміди, конуса та інших фігур Архімед безпосередньо користувався "методом вичерпаності" Евдокса, який він широко використав при вирішенні різних задач, довівши його до досконалості. Для поодиноких задач застосування його показано в монографії К.М. Узбека "Математична спадщина Еллади".

Архімед високо цінував результати, отримані механіко-математичним методом, який був оснований на методі вичерпаності Евдокса. У листі до Досифея він говорить: "А саме: по-перше, що поверхня всякої кулі в чотири рази більша від площі її великого кола; по-друге, що поверхня всякого кульового сегмента дорівнює площі кола, радіус якого дорівнює прямій, яка з'єднує вершину сегмента з однією з точок кола, що служить основою сегмента; далі, що циліндр, основа якого дорівнює великому колу кулі, а висота – діаметру кулі, сам у півтора рази більші від цієї кулі. Зрозуміло, ці властивості притаманні цим тілам завжди, але вони залишилися невідомими всім геометрам: жоден з них не помітив, що ці тіла сумірні між собою. Тому я можу без удаваного сорому поставити ці дослідження в один ряд з теоремами Евдокса про тіла з теоремами, які, як вважають, далеко перевершили всі інші, а саме, що піраміда рівна третині призми, яка має таку ж основу і висоту, а конус циліндра..." [там же, с.184]. Дійсно, отримані Архімедом результати були вищим досягненням математики того часу. Але в чому відмінність досягнень Евдокса від досягнень Архімеда: Евдокс створив методи відношень і вичерпаності, які стали наріжними каменями в побудові інфінітезимальних методів, де Архімед зіграв провідну роль, а потім і при створенні диференціального і інтегрального числення подальшими математиками. Враховуючи правильність розробки початкових методів, подальший розвиток теорій вважається похідним від початкового. Хоча Архімед і залишив багату за своїм обсягом наукову спадщину, вона базується на методах відношень і

вичерпаності Евдокса. Якщо провести історичне порівняння наукової спадщини, то за результативністю Архімеда певною мірою можна порівняти з Ейлером, тоді як Евдокса – з Ньютоном або Лейбніцем як творців нових методів дослідження, якими користувалися і вдосконалювали їх багато послідовників математиків і філософів.

Але оцінка наукової діяльності Архімеда в історії науки безперечно вища, про нього високо відгукуються арабські та інші вчені, які у X-XI ст. перекладали його арабською мовою. Так, Аль-Ашіль говорить: "Архімед у греків досяг вищої слави в геометрії; ні до, ні після нього не було нікого, хто займався б з такою ж старанністю практично корисними речами. Завдяки винятковій силі розуму він винаходив знаряддя та інструменти для військової справи" [там само, с. 185].

Високу оцінку Архімеду дає І.Ньютон, оцінюючи свої наукові досягнення. Він говорить, що "можна побачити і карлика, якщо він стане на плечі гігантів. Мене побачив світ тому, що я став на плечі таких гігантів, як Архімед і Галілей". Безперечно, такі високі оцінки діяльності Архімеда заслуговують уваги. Але питання ставиться не в плані значущості обсягу і різноплановості наукової спадщини, а в плані якості і глибини розробленого методу. Добре, що багато елементів спадщини Архімеда збереглося, але не провина, а біда Евдокса, що його спадщина тільки частково дійшла до нас через "Начала" Евкліда.

Основна заслуга Евдокса Кнідського полягає в тому, що розроблені ним методи визначили подальший розвиток наукового знання.

Заслуга Архімеда полягає в тому, що він метод вичерпаності Евдокса довів до досконалості і користувався ним всюди, розвиваючи ідеї диференційних та інтегральних методів. Ці ідеї були розроблені настільки, що математики і механіки доби Відродження (Б.Кавальєрі) і Нового часу (І.Барроу, І.Ньютон, Г.Лейбніц) фактично не створили диференційних та інтегральних методів – вони їх завершили. Досить пригадати оцінку Г. Лейбніца про значення диференційного трикутника Архімеда, який був ядром у диференційному та інтегральному численні, а складені ним суми являють собою не що інше, як суми Дарбу в сучасній інтерпретації. "Але геометрія, в якій розглядаються величини криволінійних фігур, говорить Г. Лейбніц, – наука вже абсолютно іншого роду, я називаю її, як правило, Архімедовою" [13, с. 147]. Така висока оцінка Г. Лейбніца говорить про те, що, користуючись методом Евдокса, Архімед створив нову математику, яка узагальнила методи атомістів Левкіппа-Демокрита,

Архіта і Евдокса, дедуктивні побудови Аристотеля і Евкліда, створив свій механіко-математичний метод, за допомогою якого побудував нову не Евклідову – Архімедову математику.

Застосування механічних методів в математиці сприяло побудові нових математичних методів, які вирішували три задачі давнини, а також інші, нерозв'язні старими методами.

Методи "відношень" і "вичерпаності" Евдокса були основою в побудові інтегральних методів. У цьому плані потрібно оцінити значення творчості Евдокса в порівнянні з творчістю Архімеда. Евдокс Кнідський виявився неперевершеним математиком у розробці методів "відношень" і "вичерпаності", а Архімед використав ці методи, вдосконалював їх, розробивши механіко-математичні методи, які визначили новий напрям у математиці і теоретичному природознавстві – диференціальні й інтегральні методи.

Аксіоматична побудова математичних теорій стала основним математичним методом, що отримав функціональний характер. Зі зміною аксіоматичної системи виникає нова математична теорія.

Аксіоматичний метод став універсальним, він використовувався не тільки в математиці, але і в теоретичному природознавстві.

В подальших дослідженнях доцільно розглянути небесну механіку Ньютона, аналітичну механіку Лагранжа, доробки в галузі механіки Л. Ейлера, Ляпунова.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МАТЕМАТИКИ І ФІЛОСОФІЇ У ПРОЦЕСІ ІСТОРИЧНОГО РОЗВИТКУ

Історичний аналіз розвитку наукового знання з часів античності приводить нас до висновку, що сучасна доказова наука, натурфілософія, а згодом філософія розвивалися паралельно, здійснюючи взаємний вплив. Подібну позицію поділяють і відомі сучасні науковці. Так у праці "Історія грецької філософії у її зв'язку з наукою" П.Гайденок відзначає: "Філософська думка, яка виникає наприкінці VI – V ст. до н.е., перебуває у безпосередній єдності з ранньою грецькою наукою" [1, с. 5].

Зазначимо, що вперше глибокий аналіз взаємозв'язку науки і філософії здійснив ще Аристотель у "Метафізиці". Його також вивчали і розробляли вчені італійського Відродження, європейського Просвітництва і Нового часу. У творі "Грецькі мислителі" Теодор Гомперц відзначає: "Підсумки цього духовного підйому, що тривав лише кілька сторіч, значні: завершення героїчного епосу, розквіт ...

нових родів поезії, які опанували спадщину епосу, початок наукового дослідження і філософського міркування" [2, с. 13].

У свою чергу глибокий аналіз питання виникнення і розвитку науки і філософії здійснив Ф.Енгельс зокрема у роботах "Анти-Дюринг", "Діалектика природи", "Походження сім'ї, приватної власності і держави".

Питанням взаємозв'язку філософії і математики присвятили свої праці ряд сучасних вітчизняних і зарубіжних авторів: О.І. Кедровський, К.М.Узбек – "Взаємозв'язок філософії і математики у процесі історичного розвитку (від Фалеса до до-би Відродження)", "Система принципів побудови дедуктивних теорій", Ф.Х. Кес-сіді – "Від міфа до логоса", Л.Я. Жмудь – "Наука, філософія і релігія у ранньому і середньому піфагореїзмі", В.А. Панфілов – "Концептуальна схема діалектичного аналізу методології математики Платона", Н.Ф. Овчинников – "Парменід – чудо античної думки, і одвічна ідея інваріантів", І.І. Цехмістро – "Засади математики: від класичного до некласичного типу раціональності", А.В. Койре – "Нариси історії людської думки" та ін.

Опікуючись аналізом взаємозв'язку науки і філософії, науковці намагалися розв'язати, насамперед, базове питання первинності у формуванні наукового світогляду і доказової науки при переході від емпіричної до доказової науки і від релігійно-міфологічного світогляду до філософського. Іншими словами, дослідників цікавить, що було причиною такого переходу – зародження доказового наукового знання і, як результат критичного підходу до емпірії, під час якого відбувається перевірка і доведення попередніх емпіричних даних, які приводять до їх узагальненого критичного підходу, і на підставі нових, доказових наукових положень будують новий, науково-філософський світогляд, чи спочатку новий, філософський світогляд сприяв розвитку окремих наук: математики, астрономії, фізики та інших. Може бути розглянутий і третій підхід в аргументації вирішення цього питання – це одночасний розвиток як елементів доказової науки, критицизму, раціонального підходу до розв'язання виникаючих проблем і використання отриманих результатів у формуванні філософського світогляду.

Так історик науки і філософ А. Койре прямо заявляє: "філософська субстанція" відіграла найістотнішу роль, а вплив філософських концепцій на розвиток науки був настільки ж істотним, як і вплив наукових концепцій на розвиток філософії" [3, с. 12]. Він також зазначає, що в літературі "...про вплив наукової думки на розвиток філософських концепцій говориться дуже багато і з повним

правом, тому що такий вплив є очевидним і виразним – досить згадати Декарта, Лейбніца, Кан-та, але набагато менше говорять (або не говорять взагалі) про вплив філософії на розвиток наукової думки" [3, с. 12-13].

Дійсно, таке положення спостерігається в історії розвитку науки і філософії. Відбулася різка диференціація в науковому знанні і його філософському обґрунтуванні, тобто побудови "метанауки" – знання про знання. Цим питанням приділяли велику увагу античні класики Платон і Аристотель. Але питання ставиться не стосовно вивчення взаємовпливу математики і філософії у процесі історичного розвитку взагалі, а про первинний вплив на зародження доказової науки і філософії. Саме ці питання були основою у підготовці даної статті. Для розкриття цієї теми, на нашу думку, слід проаналізувати ті чинники, які рішуче вплинули на розвиток доказової науки і філософії, а також показати їх взаємний вплив.

Вивчення цих питань має принципове значення в раціональній побудові наукового знання як результату критичного аналізу східної емпірії і на базі цього знання – формування нового науково-філософського світогляду. Розглянемо в історичному плані, які основні фактори вплинули на побудову доказової науки і формування науково-філософського світогляду.

Слідуючи за історією науки і філософії, можна відзначити, що раціональними джерелами сучасної науки і філософії є антична наука, натурфілософія і філософія. Древні елліни були тим народом, що зумів опрацювати, крім власного, найбагатший емпіричний матеріал народів Сходу (Шумеро-Вавилонії, Єгипту), "упорядкувати цей матеріал систематично і за його внутрішнім зв'язком. Так само стає непереборною задачею налагодження вірного зв'язку між окремими царинами знання", – відзначає Ф. Енгельс [4, с. 26]. Цей період у науковому пізнанні характеризується переходом від емпіричного до теоретичного методу розвитку, а у світогляді – з міфологічного на філософський.

Давні греки споглядали природу як цілісну світобудову, космос, не розчленовуючи і не досліджуючи його вродіб, прагнучи встановлювати загальний зв'язок явищ. Ф. Енгельс також наголошує на тому, що з позицій філософського пізнання, світогляду "...у різноманітних формах грецької філософії вже у зародку ... перебувають ... майже всі пізніші типи світоглядів" [4, с. 29].

Але з чого починала зароджуватися культура Давньої Греції, яка згодом прийшла до таких значних досягнень? На наш погляд, одним з таких начал було зародження писемності. Запозичивши у фінікійців

абетку і ввівши літерну писемність замість крітської лінійної, греки поширили її по всьому Середземномор'ю. Це дало їм можливість розвивати й акумулювати у тому числі наукове і філософське знання.

Зазначимо, що одним з наріжних каменів будь-якої науки є створення її термінологічного апарату. Терміни – це первинні поняття, які утворюються шляхом узагальнення емпірії, здобутої в результаті діяльності багатовікової загальнолюдської практики, це "результати, у яких узагальнюються дані досвіду, суть поняття і мистецтво оперувати поняттями не є щось спадкове і не дається разом з повсякденною свідомістю, а вимагає справжнього мислення, яке теж має за собою довгу емпіричну історію, настільки ж тривалу, як історія емпіричного дослідження природи", – говорить Ф. Енгельс [5, с. 10].

У процесі розвитку наукової емпірії вироблялася і термінологія за різними спеціальними чи загальнонауковими напрямками. Терміни науки являють собою слова або імена наукових понять і відіграють роль первинних універсальних де-фініцій, які виділяють даний об'єкт з множини, виражаючи його сутнісні, стійкі і характерні риси, ідею даного об'єкта. Саме слово чи сполучення слів, які є терміном (грецьке слово *óros*, латинське *terminus* – границя, межа, кінець) виражають ім'я або визначення, які характеризують сутність пізнаваного об'єкта. Таким чином їх утворення необхідне для того, щоб чітко і змістовно говорити про досліджуваний об'єкт або предмет. "Термін – вираз формалізованої мови, який є аналогом імені об'єкта або іменної форми. Найпростішими термінами є предметні змінні, а також предметні константи – символи, які слугують для позначення конкретних об'єктів" [6, с. 581].

Якщо спостерігати за історією виникнення термінів у давньогрецькій науці і філософії, то можна привести ряд відомих прикладів їх утворення. Так, наприклад, термін "філософія" (грецькою *φίλοσοφία*, буквально – любомудря, любов до мудрості), був сформульований Піфагором, який саме так (а не *σοφία* – мудрість) називав власне вчення. Дорікаючи сімом мудрецам, він говорив, що ніхто не є мудрим, бо людина за слабкістю своєї природи часто не в силах досягти усього, але той, хто прагне до вдачі і способу життя мудрої істоти, може бути справедливо названий любомудром (філософом)" [7, с. 148]. Мудрим Піфагор вважав лише Бога – могутнього і всесильного.

Відомим є також термін ентелехія (грецьке *ἐντελεχία* – здійсненність, від *ἐντελής* – здійснений і *ἐχω* – маю), який був введений у філософію Аристотелем. Подібних наукових і філософських термінів, сформульованих у період античності відносно

небагато, хоча антична наука мала у своєму розпорядженні досить ши-року термінологію. Так термін "математика" (грецькою *μαθηματική*) походить від більш загального терміну (*μαθημα* – знання, наука, пізнання), але його автор і час створення невідомі. Аналогічні терміни давньої науки є також у арифметиці, гео-метрії, астрономії, механіці тощо – їх авторство також не встановлене.

Як відомо з історії науки, древні греки встановлювали тісні зв'язки зі східними цивілізаціями (Єгиптом, Вавилоном), широко використовуючи східну емпірію і термінологію. Але у грецькій доказовій науці всі наукові терміни мають "чисто грецьке" походження, і всі вчені, мислителі, поети, починаючи з Гомера, Гесіода, Фалеса, Піфагора, Геродота широко послуговувалися цією науковою термінологією у "готовому вигляді". Тому виникає питання, коли і як була створена ця наукова термінологія, у який період розвитку грецького суспільства і яким чином виникало наукове знання.

Хоча в історії грецької науки емпіричний період розвитку наукового знання не виділяється, вона, починаючи з Фалеса Мілетського, являє собою новий період, період доказової науки, по відношенню до східного. На наш погляд, у грецькій науці існував тривалий емпіричний період, продовж якого визначалися терміни, які мають чисто грецьке походження – вони стали основою наукової термінології при побудові доказової науки у мілетській і піфагорійській школах.

Цей емпіричний період приблизно можна віднести до кріто-мікенського і більш раннього періоду. Такий висновок можна зробити тому, що термінологічний апарат науки потребує доволі тривалого часу для встаткування, а період, в якому він виникає, має не відрізнятися особливим динамізмом.

Наукові, у тому числі математичні терміни емпіричного періоду виникали з практичної діяльності людей як прообрази навколишніх об'єктів. Ці терміни, певною мірою, виражали абстраговані образи дійсності. Цим об'єктам, подіям, властивостям які часто зустрічаються, потрібно було дати образну, предметну назву і виділити їх з тла інших для надання їм статусу одиничних, особливих, загальних – це уможливлювало надалі їх легше запам'ятовування і оперування.

Так, наприклад, виникли терміни: трапеція (від *τραπέζιον* – столик); атом (від *άτομος* – неподільна частка); геометрія (від *γεωμετρία* – вимірювання землі); астро-номія (від грецького *άστρονομία*, від *άστρο* – зірка і *νομος* – закон). Таких прикладів з різних розділів

наукового знання можна привести багато. Терміни відігравали роль першооснов, і мислителі перших наукових шкіл широко використовували їх у своїх наукових побудовах.

Подальший розвиток наукового знання стимулював розвиток термінологічного апарату, але він відрізняється від емпіричного своєю змістовністю, синтетичністю. У емпіричний період наука фактично не має попереднього наукового періоду крім людської практики, тому математичні, інші наукові терміни мали переважно предметний характер. Ця предметність і образність первинної термінології стала основою при побудові дедуктивної математики, науки і філософії.

Наявність грецьких термінів у доказовій ранній давньогрецькій науці і філософії ще раз підтверджує те, що вона, як і наука Сходу, включала емпіричний період розвитку, у якому опрацьовувалися всі наукові терміни, диференціювалися за науковими царинами. Наочним прикладом у історії науки та філософії є той період, коли Ціцерон, Варон та інші римські вчені зіткнулися з великими труднощами, коли спробували перекласти грецькі тексти латиною – це зробити було часто неможливо з-за втрат ємності термінологічних понять. Якщо, скажімо, взяти термін "логос", то його смислове наповнення у давньогрецькій мові має до двадцяти перекладних значень, які дослівно не перекладаються на інші мови. "Логос" виражає єдність мислення і мови. Але для того, щоб мова показала ту глибину думки, яка закладена у даному терміні, вона повинна відповідати рівневі розвитку думки.

Так давні мислителі різних поколінь у поняття "логос" вкладали різний зміст: Геракліт під ним розумів одночасно і вогонь, і сенс речі, і її матеріальність, її сутність, і сім'я народження Всесвіту. Далі у Парменіда, Ксенофана, Анаксагора "логос" розуміється як об'єктивний розум або як космічні закономірності. Цей термін зустрічається і в атомістів Левкіппа і Демокрита, у Платона й Аристотеля він представляється як "першопричина" – "категорія пізнання", "закон природи". Стоїчне поняття "логосу" пронизує всю людину, його біологію, психологію, етику. Стоїки вважали, що "логос" людини є "панівним началом", яке має "смысловий принцип сім'я", "тілесний вогонь".

Інший приклад стосується терміну "математика". Як сказано вище, він походить від загальних давньогрецьких понять – знання, пізнання. Ним спочатку виражали узагальнене знання – все, що підлягало вивченню. Згодом відбулася диференціація наукового

знання на математику в сучасному розумінні (формалізована її частина), а вона, у свою чергу, поділилася на арифметику, геометрію.

Такого роду терміни, як "λογος", "μαθημα" та інші мають глибоке значення. Напрацьовуючись протягом багатьох століть і тисячоліть, на кожному етапі розвитку суспільства і наукового пізнання, вони охоплювали все ширший зміст.

Виходячи з вищевикладеного, на наш погляд, давньогрецькій доказовій науці передував довгий емпіричний період розвитку, продовж якого і вироблялася наукова термінологія, яка стала основою подальшого розвитку доказової науки і філософії.

Розвиткові доказових форм наукового знання сприяли також економічні і соціально-політичні умови грецьких міст-держав. Грецький полісний спосіб життя сприяв розвитку демократичних засад у всіх сферах діяльності, він призвів до необхідності появи теорій доказових, зрілих, логічно обґрунтованих форм мислення – судження і умовиводу. Логіко-дедуктивний метод знаходження і обґрунтування істини поширюється в судових процесах, міських зборах на агорі, у наукових і філософських диспутах, політичних суперечках. Саме дедуктивно доведена позиція вважалася істинною.

Неможливо точно встановити час поширення цих нових доказових методів у грецьких громадах. Як правило, традиція пов'язує початок побудови наукового доказового знання з мілетської школою та її мислителями Фалесом (625 – 547 рр. до н.е.), Анаксимандром (610 – 540 рр. до н.е.), Анаксименом (588 – 525 рр. до н.е.), але, на наш погляд, елементи доказу в різних сферах людської діяльності впроваджувалися східними народами і греками набагато раніше.

Проте зосередимося на традиційних здобутках давньогрецьких мислителів. Фалес Мілетський увівши до математики доведення, у філософії визначив у якості джерела-першооснови всього існуючого воду – всемогутню і всюдисущу з усіх стихій. Цей вчений був першим натурфілософом – філософом природи. Шляхом систематичних спостережень природних явищ він зробив багато відкриттів і вірних висновків. "Він першим був названий мудрецем, тому що відкрив, що затемнення Сонця відбуваються внаслідок покривання його Місяцем, і першим з еллінів звернув увагу на Малу Ведмедицю і сонцевороти, а також [міркував] про величину Сонця і про природу. Початок елементів – вода" [7, с. 104]. Але Фалес все ж тяжів до релігійно-міфологічного світогляду і вважав, що і магnezійський ка-мінь, і бурштин мають душу. "Космос, за його словами, наділений душею і сповнений божественних сил" [7, с. 104].

До безумовних здобутків Фалеса належить також ствердження, що Місяць по природі землеподібний, а затемнення Сонця відбувається, коли Земля, Місяць і Сонце знаходяться на одній лінії. Він передбачив сонячне затемнення, яке відбулося 28 травня 585 р. до н.е. Стисло охарактеризувати діяльність цього мудреця можна словами Апулея: "Фалес Мілетський, безсумнівно, найвидатніший з тих знаменитих семи мудреців (адже він і геометрії в греків перший відкривач, і при-роди найтонший випробувач, і світил найдосвідченіший спостерігач), малими лі-ніями відкрив найбільші речі: кругообіги пір року, вітрів подуви, зірок рухи [шля-хи, орбіти], громів дивні гуркотіння, планет звивисті шляхи, Сонця річні повороти, а також [пояснив] народженого Місяця прибування, старіючого – зменшення, затьмарюючої перешкоди" [7, с. 112-113].

Послідовником його ідей став третій за віком Анаксимен. Слідуючи за погля-дами Фалеса, "Він почував у собі самому присутність чогось такого, що рухало ним... невидимого, але такого, яке постійно дається взнаки; він назвав це Життям. Цим його Життям, як він думав, було повітря" [8, с. 15]. У науковому пізнанні праці Анаксимена передували європейській науці про природу, про розвиток ато-містичних ідей. "При найбільш рівномірному розподілі часток повітря, так би мо-вити, у його нормальному стані – він невидимий, при більшому розрідженні він перетворюється на вогонь, при поступовому згущенні, навпаки, переходить спо-чатку в рідкий, а потім у твердий стан" [2, с. 52].

Анаксимен вважав, що нашими органами чуттів, з-за їх обмежених можливос-тей, неможливо розрізнити дрібні часточки: "Будь наші чуття більш тонкі, то при всіх цих перетвореннях ми б побачили, як зберігаються ті ж самі частки речовини, які то наближуються, то віддаляються одна від одної" [2, с. 52]. Як бачимо з цих фрагментів, "вчення Анаксимена передувє атомістиці і є робочою гіпотезою" [2, с. 52], яка пройшла через століття і тисячоріччя, вдосконалювалася у системах Лев-кіппа, Демокрита, Епікура і дійшла до наших днів. Вплив грецького атомізму не обмежується періодом античності. "Всюди, де під впливом імпортованих грець-ких культурних цінностей жевріє вогнище еллінізованої науки, ми знаходимо і цей математичний атомізм" [9, с. 9]. Анаксимен вважав, що "всі речовини прихо-вують у собі можливість прийняти будь-як форму зчеплення часток..." [2, 52]. Єв-ропейські дослідники до цих ідей прийшли знову лише у ХІХ ст.

Анаксимену разом з Фалесом належить правильний здогад про затемнення Со-нця і Місяця як закриття світила планетою. Він також

загалом вірно спробував "пояснити метеорологічні та інші явища природи (сніг, град, блискавку, веселку, землетрус і навіть світіння моря)" [2, с. 53], його можна вважати першим мисли-телем Іонії, який науково обґрунтовано став вивчати природу, суворо керуючись її законами. Разом з цим Анаксимен не зміг збагнути значення загального світово-го тяжіння і пояснити ним стійке положення Землі у світовому просторі.

Анаксимандр – другий з мислителів мілетської школи, учень і друг Фалеса. На відміну від нього і Анаксимена, першоречовиною він вважав невизначену абстра-ктну матерію ("безмежне" – *απειρον*), з якої утворюються всі об'єкти світобудови. У своєму прозаїчному творі "Про природу" він виклав свої різнобічні наукові знахідки. "Він першим дав еллінам карту землі і небесного склепіння" [2, с. 45]; першим склав підручник геометрії. Земля йому видавалася у вигляді пласкої ко-лони з відношенням діаметру до висоти як 3:1. Ця колона розташована в центрі Всесвіту і тому нерухома. Т.Гомперц вказує на таку позицію Анаксимандра – "земне тіло перебуває в стійкій рівновазі внаслідок однаковій його відстані від усіх точок небесної сфери" [2, с. 46]. Це положення було предтечею позиції мета-фізиків про тіло, яке перебуває у спокої і, з іншого боку, прагненням обґрунтувати закон інерції. "Тіло у спокої – міркують вони – не може почати рухатися, доки воно не отримає впливу від зовнішніх причин..." [2, с. 46].

Анаксимандру належить ідея зародження життя з неживої природи. Він був упевнений у одвічному виникненні і знищенні різновидів матерії – при цьому од-вічною і незнищеною залишається першоматерія *απειρον*. Всезагальний круго-обіг речовини у його тлумаченні представлений всезагальним першопорядком. "Анаксимандр може бути названим істинним творцем грецької, а разом з тим, і всієї європейської науки про природу. Він першим здійснив спробу науковим шляхом підійти до вирішення неосяжного питання про виникнення Всесвіту, зем-лі та її мешканців" [2, с. 44].

Таким чином, мислителі мілетської школи активно утворювали історичну пер-винну форму філософського світогляду, основою якого складало доказове науко-ве знання і ця форма світогляду у той час вперше була протиставлена релігійно-міфологічним поглядам на світ. Найважливішою визначною характеристикою но-вого світогляду була його раціональність, основний опір робиться на силі розуму, а не на авторитет традиції, надприродні сили та міфи.

Наукове знання досягло високого рівня абстрагування під час діяльності мілет-ської школи; на арену соціально-економічного життя

виходить демос, демократи-чні форми правління, самі умови життя стимулюють формування раціонально-критичного мислення – це є новою парадигмою, на відміну від догматичних форм Сходу. Філософська раціональність, як і натурфілософське знання, математична і конкретно-наукова раціональність, як і усвідомлено-доказове знання, виявилися стійкими і продовжували розвиток у наступних школах, поколіннях мислителів – у першу чергу, – у піфагорійців.

Піфагор (580 – 500 рр. до н.е.) був видатним філософом, математиком, впливовим політиком, керівником наукової школи та релігійного братства. У математиці, основою якої вважав арифметику, він був автором вчення про парні і непарні числа, побудову фігурних чисел, розвивав теорію пропорцій. Він також розробив доведення про співвідношення сторін прямокутного трикутника (теорема Піфагора), теорію побудови тетраедра і куба (правильних багатогранників). "Піфагор, як говорить Ксенократ, відкрив, що походження музичних інтервалів також нерозривно пов'язане з числом, тому що вони являють собою порівняння кількості з кількістю" [7, с. 148]. Тим самим Піфагор виступає як засновник теорії музичної гармонії, яка може виражатися математично. Ця гармонія поширюється філософом на весь космос, він вивчає "гармонію небесних тіл і сфер", які разом "утворюють гармонійну мелодію, чути яку, щоправда, міг лише Піфагор, який начебто володів на диво тонким слухом" [7, с. 148]. У процесі розробки різних наукових і філософських проблем просліджується прагнення вченого виявити і усталити гармонійні відносини. Їх узагальнення приводить Піфагора до формування вчення про гармонію як поєднання протилежностей.

Чисельно представлена гармонія виступає у Піфагора ідеальною формою вираження сутності всього розмаїття видів буття. Вираз "усе є числом й усе з чисел" стає фундаментальним світоглядним і філософсько-методологічним гаслом піфагореїзму. "...Божественний Піфагор відкривав тліючі іскорки істини для тих, хто зумів їх розпалити; під своїми стислими словами він ховав, немов скарб, неозоре і невичерпне за обсягом багатство умогляду, як, наприклад, у вислові "Числу всі речі подібні", який він найчастіше повторював своїм учням" [7, с. 149]. Зазначений принцип філософ відносив також до духовного світу і "за повідомленням Геракліда Понтійського, навчав, що щастя (евдемонія) полягає у знанні досконалості чисел" [7, с. 148].

Зазначені вище основні напрямки творчої діяльності Піфагора були сприйняті і розвинені наступними піфагорійцями: Бротином,

Демокедом, Алкмеоном, Гіппасом, Філолаєм, Менестором, Екфантом, Феодором і багатьма іншими.

Разом з цим, за переказами і описами древніх авторів, математика не була основною темою наукової діяльності Піфагора. Прагнучи встановити чіткий порядок у світобудові, з хаосу створити упорядкований космос, відкрити закони світобудови, встановити порядок у закономірностях суспільного розвитку, виховати гармонічно розвинутою особистість, необхідно було напрацювати також певний науковий апарат.

На думку Піфагора, для досягнення загальної гармонії зі всього наукового пізнання, більше для цього підходила математика, бо вона є його основою. Ця ідея змусила Піфагора поставити задачу інтенсивного вивчення математики та її основи – арифметики, натурального ряду чисел, а також відокремити арифметику від геометрії і вивчати їх окремо як самостійні дисципліни. Але, вивчивши числа й установивши гармонійну залежність між ними, вчений вважав, що можна вивчити і встановити також гармонію у світобудові, у небесних сферах, у розвитку людського суспільства та особистості, у властивостях акустики і музики.

Ця ідея гармонії і вивчення її за допомогою математики привела Піфагора до ідеї створення квадрівіума – чотирьох споріднених царин науки: арифметики, геометрії, астрономії і гармонії. Така постановка питання привела піфагорійців до розвитку теоретичних досліджень у математиці – з однієї сторони і математизації всього наукового знання – з іншої. Фактично була поставлена широкомасштабна задача побудови наукового знання в усіх напрямках. Цей квадрівіум був обов'язковою складовою системи викладання у всіх піфагорійських школах для вільно народжених громадян. Отже, постановка питання сприяла тому, що у кожному поколінні піфагорійців, їх послідовників були видатні математики і вчені інших природничонаукових напрямків: "Піфагор (народився близько 570), Гіппас (близько 530), Феодор (близько 470), Архіт (близько. 430)" [6, с. 199]. Тут слід вказати і на інших видатних учнів і послідовників піфагорійців: Демокрита з Абдер, Гіппократа Хіоського, Гіппія з Еліди, Теетета Афінського, Евдокса Кнідського і багатьох інших. З цього можна зробити висновок, що основний внесок у розвиток математики, природознавства і філософії внесли піфагорійці, особливо він був відчутний у період з V по IV ст. до н.е.

Слідуючи за опінією Ямвліха про загальну математичну науку, можна так охарактеризувати діяльність цієї плеяди вчених: "Піфагорійці, присвятивши себе заняттям з математики, полюбивши

точність [математичних] міркувань, бо з усіх [мистецтв], якими тоді займалися люди, одна лише математика має докази, бачи-ли, що гармоніка й арифметика, оптика і наука про фігури рівною мірою узгоджуються [між собою], вирішили, що ці [математичні предмети], а також їх нача-ла є причинами всього суцього взагалі. Тому, на їх думку, той, хто бажає вивчити суще і його властивості, повинен звернути свій погляд на це: на числа, на вимірні види суцього і пропорції, тому що через них можна пояснити усе. Вони думали, що немає більш доречних і більш цінних причин, до яких можна було б зводити властивості кожної речі, ніж загальні і перші причини" [7, с. 470].

З огляду на таку числову основу, філософія піфагорійців отримала назву числової філософії. Слідуючи досвіду піфагорійців, наступні філософські системи Платона, Аристотеля були суцільно математичними.

Так, Платон у розвитку загальнонаукової і філософської думки велике значення відводив математиці. Ідею вираження сутності речей за допомогою математики він успадкував від піфагорійців. Платон немовби віддалявся від природи і занурювався у свою природу ідей, щоб у "чистому" вигляді пізнати закони природи. Видатний філософ вивчає не природу, а світ чистих ідей. Проте, на відміну від піфагорійців, він не ототожнює предмети і числа, а встановлює розбіжності між ними. Він розрізняє геометричну фігуру саму по собі. Якщо числа за Платоном є ідеями, то необхідно простежити перехід від чисел до геометричних об'єктів і чуттєвих речей як матеріальних об'єктів.

Спираючись на числову філософію піфагорійців і сучасних йому математиків, Платон будує свою філософську систему, створюючи три світи: світ речей, сприйманих чуттєво, світ ідей, і проміжний світ математичних об'єктів. З огляду на загальну гераклітівську мінливість усіх речей об'єктивного світу, Платон вважає світ речей не існуючим насправді, тому що речі постійно виникають і гинуть, перебувають у постійному русі і зміні. Справжнім буттям він вважає світ ідей, які безтілесні і виступають стосовно речей у якості причини і зразків, за якими речі створюються. Проміжні математичні об'єкти, на відміну від чуттєвих предметів, одвічні і нерухомі, а від ідей відрізняються тим, що попри їх незліченну безліч, вони подібні один одному, а ідея одна незмінна і недоступна до пізнання. Ця непізнана ідея стала праобразом "ентилехії" Аристотеля, непізнаної "речі у собі" І.Канта, гегелівського "абсолюту", декартівської "досконалості усіх досконалостей" – Бога. У творях

Г.Лейбніца можна знайти цю ідею у "абсолютній монаді", у Г.Кантора – у "множині усіх множин".

Платон синтезував сократівські докази шляхом залучення дедуктивного методу Демокрита. У діалозі "Тімей" він постійно посиляється на математичні розрахунки і положення, стверджуючи, що Деміург – творець Всесвіту, все "геометризує", а світ створює з геометричних об'єктів у суворих математичних пропорціях, слідуючи так, як вчиняють математики.

Основним принципом платонівської гносеологічної концепції було "пізнання – пригадування", при цьому він використовує математичний прийом "виходячи з передумови". "Коли я говорю "виходячи з передумови", – пише Платон, – я маю на увазі те ж, що часто роблять у своїх дослідженнях геометри" [10, с. 73-74].

У свою чергу, відзначаючи великий вплив математики на розвиток філософії, Аристотель пише, що "...математика стала для нинішніх мудреців філософією..." [11, с. 90].

Аристотель провів глибокий філософський аналіз усієї математичної спадщини своїх попередників і розробив формальну логіку, що стала основою і теорією доказу для математики і всього наукового знання, але основні принципи побудови силогістики Аристотель узяв безпосередньо з математичного доказу. Своєю філософською системою Аристотель наочно показав, як математика раціоналізує гносеологічні принципи філософії.

Плодом спільної творчості філософів і математиків стала логіко-аксіоматична система. Вона стала теоретичною основою побудови дедуктивної математики і теоретичного природознавства. Ця система стала результатом багатовікової діяльності поколінь мислителів, які прагнули з першооснов побудувати струнку логічну систему. Першим і прямим втіленням формально-логічної системи Аристотеля стали "Начала" Евкліда.

Аксіоматичні системи пройшли великий історичний шлях розвитку від конкретно змістовної, абстрактно змістовної до формалізованої аксіоматичної системи. Кожна наступна аксіоматична система ставала більш ємною й абстрактною у своїй побудові, широко вживаною у різних царинах наукового знання. У формалізованій аксіоматичній системі формалізуються і правила висновку. Вся аксіоматизована система будується на синтаксичному і семантичному рівнях.

З появою "Начал" Евкліда, аксіоматико-дедуктивний метод утвердився і став широко застосовуватися в різних розділах математики і теоретичного природознавства. Вперше після Евкліда

аксіоматичний метод у механіці, гідростатиці використав Архімед. Надалі він став загальноприйнятим методом. І.Ньютон побудував за допомогою його "Математичні начала натуральної філософії", Спіноза зробив спробу аксіоматизувати етику, філософське пізнання, але, як відомо, безуспішно – не все можна аксіоматизувати і формалізувати.

Але цей метод своїми внутрішніми можливостями здатний створити і нові математичні теорії. Прикладами цьому є неевклідові геометрії.

Метод аксіоматизації став загальновизнаним, а найвищою ступінню розвитку математичної теорії вважається теорія, здатна до аксіоматизації. Нові геометричні системи стали основою для побудови теорії відносності, а на її підставі – побудови нової наукової картини світу. Виявляється, кожна точка світового простору описується власною геометричною системою у залежності від фізичного впливу. І в цьому плані нові аксіоматичні побудови, що призвели до створення неевклідових геометрій, були провісниками нового погляду на світ, побудови нової світо-будови, нової філософської системи, нової наукової картини світу.

Як бачимо, математичні абстракції здатні висвітлити такі сторони об'єктивного світу, які неможливо виявити ніякими іншими засобами. Оцінюючи значення математики у розвитку людської культури, Ф.Ніцше писав: "Ми хочемо внести тонкість і суворість математики до всіх наук, оскільки це взагалі можливо..." [12, с. 619].

Підводячи підсумки попереднім міркуванням, слід зазначити, що давньогрецький раціоналізм сприяв переходу від міфу до логосу, від міфології до філософії, від догматизму до гіпотетико-дедуктивних побудов наукового знання, від простого емпіризму до доказової науки. Кризи розумової раціональності математики при-водили до побудови нових математичних теорій і стимулювали розвиток раціона-льності у філософії.

Але, що з цього випливає далі, чи досить наукових форм і засобів у пізнанні природи, чи достатньо усталеними є філософські системи і чи витримують вони суворість сучасної математики? Польський логік Ян Лукасевич щодо цього гово-рить: "Коли з мірою суворості, яка створена за допомогою математиків, ми підхо-димо до великих філософських систем Платона чи Аристотеля, Декарта чи Спіно-зи, Канта чи Гегеля, то ці системи розпадаються в наших руках, немов карткові будиночки. Їх основні поняття туманні, найголовніші тези незрозумілі, міркуван-ня і поняття не є суворими; логічні теорії, які часто лежать в глибині цих систем, майже всі є помилковими.

Філософію необхідно перебудувати, починаючи з ос-нов, вдихнути в неї науковий метод і підкріпити її новою логікою" [13, с. 61].

Ця широкомасштабна задача, на думку Яна Лукасевича, повинна вирішуватися цілими поколіннями молодих науковців, які володіють більш потужними розумовими здібностями і новими знаннями. Треба думати, що це приведе до розвитку і побудови нових раціоналістичних методів у науковому пізнанні з використанням нових сучасних математичних засобів. Цей процес є нескінченним, як нескінченним є людське пізнання.

На наш погляд, філософія, науковий світогляд є вторинним фактором стосовно математики і природничонаукового знання, вона відіграє роль узагальнюючого наукового знання. А питання первинності філософії у науковому пізнанні виникло у результаті політизації та ідеологізації всього наукового знання, хоча у процесі історичного розвитку можна навести приклади, коли філософія впливала на розвиток математики і теоретичного природознавства.

РАЦІОНАЛІЗМ НАУКИ ПІЗНЬОГО ЕЛЛІНІЗМУ ТА РИМСЬКОГО ПЕРІОДУ

Математика і теоретичне природознавство набули значного розвитку в період пізнього еллінізму в Олександрії – за часів царювання династії Птолемеїв, які створили сприятливі умови для розвитку математики, механіки, теоретичного природознавства. Науковим центром в Олександрії була уславлена Бібліотека та Мусейон. Джерела засвідчують, що ці наукові заклади було створено за Птолемея II Філадельфе, але задум про їх створення виник ще за Сотера. Оскільки в Олександрії склалися сприятливі умови для розвитку науки, тут було зосереджено весь науковий потенціал елліністичного світу. Протягом багатьох століть в цьому місці працювали такі видатні вчені, як Евклід (365-300 рр. до н.е.), Ератосфен Кіренський (бл. 275-195 рр. до н.е.), Архімед (287— 212 рр. до н.е.), Аполлоній Пергський (262-190 рр. до н.е.), Герон Олександрійський (I ст. н.е.), Діофант Олександрійський (бл. 250 рр. н.е.), Клавдій Птоломей (бл.100-178 рр. н.е.) та ін. їхні праці принесли всесвітнє визнання й славу олександрійському науковому центру.

Математика, точніше – геометрична алгебра, принесла олександрійській науковій школі нетлінну славу. Олександрійська математика безпосередньо пов'язана з іменем видатного математика й

систематизатора наукового знання Евкліда, основна праця якого – "Начала" наклала глибокий відбиток на розвиток усієї європейської науки.

Евклід завершив епоху побудови дедуктивної математики, що тривала понад триста років, починаючи з мілетської та піфагорійської шкіл, а закінчилася в олександрійській.

За висновком Ван-дер-Вардена, "Начала" Евкліда є обробкою творів грецьких математиків V-IV ст. до н.е.: перші чотири книги (I—IV – планіметрія) – обробка "Начал" Гіппократа Хіоського; V -теорія пропорцій геометричних величин, VI – теорія подібності та XII – круглі тіла – обробка творів Евдокса Кнідського; VII-IX – теорія чисел і числових пропорцій та XI – основи стереометрії – обробка творів Архіта Тарентського; X – теорія ірраціональних величин - обробка творів Теетета Афінського. Під час побудови аксіоматичної системи Евклід сформулював 5-й постулат, який спочатку намагався довести як теорему, а потім відніс її до геометричних речень, які не підлягають доказу.

Струнку математичну теорію намагалися побудувати чимало попередників Евкліда: Анаксимандр Мілетський (610-546 рр. до н.е.) – перший укладач підручника з геометрії; Феодор, або Теодор, Кіренський (кінець V ст. до н.е.); Гіппократ Хіоський (2-а пол. V ст. до н.е.) та ін. Однак їхні спроби виявилися безуспішними. Спочатку треба було побудувати цілісну, струнку і строгу систему доказів, а потім на її основі – усю математику. Це уможливилось після побудови Аристотелем формальної логіки. Користуючись теорією доказів – формальною логікою Аристотеля, Евклід виконав цю місію створив свої знамениті "Начала". Вони стали парадигмою в побудові наукового знання. Цей непохитний раціоналізм витримав випробування протягом тисячоліть і лишився непохитним також і в наші дні. Наукове твердження вважається істинним, якщо воно доводиться дедуктивно. Після опублікування Евклідом своїх "Начал" усі попередні математичні побудови втратили свою значущість. "Начала" стали підручником і настільною книгою всіх учених наступних поколінь, витримавши понад п'ятсот видань.

Цією формою побудови наукових теорій користувалися вчені й інших наукових напрямів. Архімед аксіоматично будував механіку, статику й гідростатику; Аполлоній Пергський висунув теорію конічних перетинів; Спіноза (1632-1677) запропонував свою "Етику", а Ньютон (1613-1727) – "Математичні начала натуральної філософії". Дедуктивна побудова наукової теорії стала загально-науковим методом.

Серед учених олександрійського періоду особливе місце посідає Ератосфен. Його відмітною особливістю була універсальність. В історії науки особливо відомі його дослідження з математики, географії, астрономії, історії та філології. В математиці йому належить механічне розв'язання завдання про "подвоєння куба" та спосіб виділення простих чисел, що дістав назву "сито Ератосфена"; він досліджував також різноманітні види цілочислових пропорцій та інші питання.

Крім математичних досліджень Ератосфен здійснював наукові розшуки в галузі хронології; його, безперечно, можна вважати засновником наукової хронології. Особливий внесок він зробив у географію, зокрема у вимірюванні розмірів земної кулі. Зазначимо, що за часів Птолемея III Евергета (246-222 рр. до н.е.) та Птолемея IV Філопатора (222-205 рр. до н.е.) Ератосфен був головним бібліотекарем Олександрійської бібліотеки. Це був почесний та відповідальний державний пост, на який знаменитого вченого призначив цар.

Після розпаду великої імперії, створеної Олександром Македонським, та завоювання римлянами територій змінюється ставлення й до наукового пізнання. Спостерігається різкий відхід від класичних форм побудови наукового знання, від строгих форм Платона й Аристотеля в створенні умоглядної теоретичної науки до прагматизму й практицизму. Це стосується, зокрема, Архімеда і Аполлонія Пергського. Архімед широко застосовував у своїх математичних побудовах механіко-математичні методи, але, в кінцевому підсумку, вважав математичне твердження істинним, якщо його доведення дедуктивне.

Чому ж у науковому пізнанні відбувся різкий поворот та відхід від класичних методів у побудові наукового знання до практицизму?

Утвердження соціально-політичного та економічного панування римлян над елліністичними державами не сколихнуло основ наукової та культурної спадщини стародавніх еллінів. У сфері науки й культури "відбувалася не стільки романізація Сходу, скільки еллінізація Риму, й тому еллінізм, як культура рабовласницького суспільства, зберігається аж до занепаду рабовласницької формації" [2, 55]. Однак романізація елліністичних держав наклала свій відбиток на розвиток теоретичних наук, особливо математики. Грецька теоретична математика зазнає занепаду. Римлян, не схильних до глибоких теоретичних досліджень, цілком влаштовували суто прикладні, прагматичні цілі. Наукове пізнання знову звелось до окремих розмежованих фактів, як це було в Шумеро-Вавілонії та

Єгипті в догрецький період. Деякі автори намагаються показати, що на зміну еллінізму приходить римський період, який, немов естафету, перейняв науку й культуру еллінів і далі розвинув їхні безцінні творіння. Однак багато дослідників історії науки не згодні з цими висновками. Так, Іоганн Гердер твердить: "Нам варто відмовитися від того, щоб, немов за картинкою, намальованою людиною, скласти більш досконалішу ланку в ланцюгу культури, ланку, що підноситься над греками. Римляни ніколи не могли перевершити греків у тому, що було досконалим у самих греків. У жодному корисному мистецтві, в жодній галузі господарства, яка живить людський рід, жоден римлянин не вигадав та не винайшов зовсім нічого" [3, 425].

Римляни не схилилися до класичних форм розвитку науки, не ставили перед собою завдання знаходження істини, як це було в класичний період у Давній Греції. Вважаємо, що причини повернення до емпіризму і довідково-енциклопедичної форми побудови наукового знання криються в тих соціально-політичних та економічних умовах, в яких перебувало елліністичне суспільство періоду римського володарювання. Тоді було зруйновано демократичні форми правління, утверджені багатовіковою боротьбою грецького демосу. Знову було взято курс на олігархічну та монархічну форми правління, які пригнічували логіко-доказові форми мислення. Римляни завоювали весь елліністичний світ. Щоби утримати в покорі народи басейну Середземномор'я, потрібно було виробити й ефективні форми правління, посилювати диктат правителів.

Водночас зростає вплив християнства. Розрізнені язичницькі релігії стародавніх греків не здійснювали надзвичайно сильного тиску на розвиток наукових теорій, формування наукового світогляду й побудову наукової картини світу. Як зазначав Б.Рассел, "Грецію врятувало від релігії східного типу відсутність жрецтва та наявність шкіл" [4, 39].

Однак після завоювання римлянами Греції ставлення релігії до науки докорінно змінилося. Ставши 313 р. офіційною релігією римлян, християнство посіло непримиренну позицію щодо теоретичних положень астрономії, математики і до всього природознавства, яке не вписувалося в його догми. Численні праці вчених Олександрійської бібліотеки було знищено, а натомість на пергаменті з'являлися християнські догми (таку долю спіткала праця Архімеда "Ефод" – "Числення піщинок"). Крайній фанатизм юрби християн на чолі з олександрійським патріархом Теофілом призвів до розгрому бібліотеки в Серапійоні (390 р.), а 415 р. така сама юрба християн під керівництвом єпископа Кирила розтерзала на вулиці

Геппатію – прекрасного математика й астронома, до того ж наділену дивовижною природною красою. Її вбили за те, що лекції, котрі вона читала, підривали підвалини християнства. 592 р. християнин Юстиніан закрив останню школу Афін. "Цю дату в історії вважають формальною межею існування культури еллінізму" [2, 55]. Численні праці стародавніх греків були збережені візантійцями. Візантія стала посередником між Сходом і Заходом, між Стародавньою Грецією та європейською наукою, що тільки народжувалася. Великий внесок у відновлення й збереження давньогрецької спадщини зробили вчені арабського світу. Вони багато в чому удосконалили й розвинули теоретичні положення давніх еллінів і в переробленому вигляді передали європейським ученим.

Перехід математики на довідково-табличне користування й відхід від фундаментальних теорій були спричинені тим, що в класичний період було створено фундаментальні теорії з математики, механіки, формальної логіки, гідростатики, побудовано низку філософських систем, які фактично сприяли завершенню переробки всього накопиченого емпіричного матеріалу.

Твердження Платона й Аристотеля, що теоретичні науки будувалися "умоглядно" і не мали пристосування до практики, до "простого ремесла", в часи Архімеда й особливо Геронама Олександрійського сприймалися не так категорично. Вчені почали широко використовувати теоретичні положення механіки у прикладних науках (механіці, гідравліці, гідростатиці, балістиці, у різноманітних підйомниках і механізмах). Це давало позитивні результати. Настав період широкого застосування теоретичних результатів у прикладних цілях.

Класична наука, так би мовити, зробила свою велику справу: переробила й систематизувала весь емпіричний матеріал, що їй передував, уточнила багато наукових положень і побудувала теоретичну науку; і настав момент, коли можна було довіряти виробленим загальнолюдською емпірією науковим положенням, які мали дедуктивне доведення. З цих наукових положень можна було скласти різні довідкові підручники, таблиці, енциклопедії, не побоюючись, що вони будуть помилкові. Вчені, так би мовити, втомилися теоретизувати й почали широко користатися науковим матеріалом.

У цей період працювали такі видатні вчені: Герон Олександрійський (І ст. н.е.) – механік, математик, інженер; Клавдій Птоломей (бл. 100-178 рр. н.е.) – астроном, математик; Діофант (бл.

250 р. н.е.) й інші. Вони широко застосовували науковий потенціал до розв'язання практичних завдань.

З творів Герона найвизначніші: "Метрика", "Геометрія", "Механіка", "Пневматика", "Книга про піднімальні механізми", "Книга військових машин", "Театр автоматів" та ін. У математичній праці "Метрика" вчений, "безперечно, спирається на давньогрецьку традицію" [5, 69]. Однак, на відміну від древньої традиції, в ній теореми не доводяться, формули не виводяться, містяться правила виміру площин і поверхонь, даються вказівки щодо зміни об'ємів правильних і неправильних геометричних форм. Розв'язання теоретичних завдань за допомогою геометричної алгебри доводиться до практичних застосувань.

Крім геометричних завдань, Герон здійснює обчислення об'ємів будівель, кораблів, басейнів, театрів та інших об'єктів, виявляючи себе як інженер-механік, будівельник. Згадані його праці мають суто прикладний характер.

Крім того, Герон написав коментар до "Начал" Евкліда й твір "Визначення", в яких дає теоретичні розробки. Він стирає межу між теоретичною й прикладною математикою, не беручи до уваги настанови Платона й Аристотеля про перевагу умоглядної науки над прикладною [6, 195].

У період пізнього еллінізму в обчислювальній техніці використовують єгипетські дробі, зокрема в астрономії у ході обчислення елементів трикутників.

Початок тригонометричних обчислювань в астрономії пов'язують з ім'ям Гіппарха з Нікеї. Про його основні праці, які не збереглися, можна судити за фрагментами у працях Менелая, Птолемея та інших учених. Гіппарх склав зоряний каталог, в якому вельми точно показав розташування понад тисячі зірок на небі, поділяючи їх за блиском на шість зоряних величин. Він вирахував довжину сонячного тропічного року (з помилкою, що не перевищує 6 хв.), визначив відстань від Землі до Місяця, уклав таблиці руху Сонця й Місяця, розробив теорію затемнень, визначив паралакс Місяця. Це далеко не повний перелік його астрономічних відкриттів. "... Гіппарх, – зазначає Плутарх Старший (23-79 рр. до н.е.), – який не може не заслуговувати на достатню похвалу, тому що він, більш ніж будь-хто, довів спорідненість людини з зірками і те, що наші душі є частиною неба, досліджував нову зірку, що з'явилася в його час; її рух у той час, коли вона блищала, наштотувала йому на думку, чи не можуть часто змінюватися ті і переміщатися ті (світила), які ми вважаємо нерухомими; тому він зважився на справу, сміливу навіть для бога, –

перелічити для нащадків зірки і світила, створивши прилади, якими визначив місця і яскравість окремих зірок, щоб можна було легко розібрати: чи зникають вони, чи з'являються знову, чи рухаються, збільшуються і зменшуються (у яскравості), залишивши нащадкам небо в спадщину, якби знайшовся хто-небудь, хто прийняв би цю спадщину" [7, 31].

Гіппарх є основоположником математичної географії, запровадив географічні координати, що дістали назву широти й довготи, з їх допомогою можна визначити розташування будь-якого місця на Земній кулі.

Астрономічні спостереження Гіппарх провадив на о.Родос і в Олександрії, але своєї наукової школи не створив. Його тригонометричні побудови продовжили Менелай Олександрійський (І-ІІ ст. н.е.) і К.Птоломей.

Тригонометричні розробки Гіппарха продовжив Менелай - грецький астроном і математик, що жив і працював у Римі. Збереглися шість його книг під назвою "Сфера", де він характеризує основні властивості сферичного трикутника, використовує теорему про трансверсалії. Праці Гіппарха і Менелая сприяли виокремленню тригонометрії в самостійну математичну дисципліну.

Подальший свій розвиток астрономія, тригонометрія й обчислювальна техніка дістали в працях Клавдія Птолемея. В астрономії йому не було рівних протягом тисячоліття від Гіппарха до Беруні. Основні наукові висновки він зробив у праці "Велика математична побудова астрономії" – "Альмагест". У першій книзі "Альмагеста" викладено тригонометричні побудови на площині й сфері, де узагальнено всі тригонометричні побудови попередників (Гіппарха, Менелая та інших). Свої тригонометричні побудови Птоломей виконує на основі доведеної ним теореми: добуток діагоналей уписаного чотирикутника в коло дорівнює сумі добутків його протилежних сторін. Він виводить низку положень прямолінійної і сферичної тригонометрії, обчислює елементи сферичного трикутника. За допомогою цих тригонометричних побудов, Птоломей складає таблицю хорд, схожу на сучасні таблиці синуса, якими протягом століть користувалися астрономи й математики всіх наступних поколінь. Ці таблиці були єдиним посібником, який давав можливість робити точні розрахунки. Він обчислив число $\pi \sim 3,14167 \dots$, поклав початок ученню про стереографічні проєкції.

"Альмагест" є своєрідною енциклопедією астрономії стародавності, в ньому узагальнено спостереження народів Сходу й побудови астрономів Давньої Греції. Аж до XVII ст. він був основним підручником з астрономії. Його було перекладено латинню, сірійською, арабською, французькою, німецькою, англійською, російською мовами. Коперник і Кеплер у своїх астрономічних побудовах також виходили з побудов Клавдія Птолемея.

Математична модель сонячної системи Птолемея (геоцентрична система) і система Аристотеля були узяті християнськими богословами на озброєння й аж до епохи Відродження вважалися єдиною правильною моделлю наукової картини світу. Тільки після побудови Н.Коперником геліоцентричної системи і відкриттів законів І.Кеплера про рух планет сонячної системи на зміну прийшла геліоцентрична система.

Ще одним і останнім великим математиком пізнього еллінізму Олександрійської школи був Діофант. Він, як вважає французький історик математики Поль Таннер, жив десь у середині III століття н.е. До нас дійшли два його твори – "Арифметика" і "Про багатокутні числа". З 13 книг "Арифметики" збереглося 6, із книги "Про багатокутні числа" лишилися тільки фрагменти.

Діофант, подібно до Герона, робить поворот у бік арифметизації, відходячи від класичних грецьких традицій геометричної алгебри. Він розглядає дріб не як відношення цілих чисел, а як числа. У "Арифметиці" він виклав начала алгебри, розглянув багато задач, що прямують до невизначених рівнянь (відомих в історії математики під назвою "Діофантових рівнянь"). Запроваджує визначення числової області, у якій виконувалися б чотири арифметичних дії, а число розглядає як множину одиниць, виводить правила знаків, користується негативними числами, уникає ірраціональних чисел. Свою арифметичну систему Діофант описує в листі до царя Діонісія: "Усі числа, як ти знаєш, складаються з деякої кількості одиниць; зрозуміло, що вони продовжуються, збільшуючись до нескінченності. Отож серед них є: квадрати, утворені від множення певного числа самого на себе; те саме число називається стороною квадрата; потім куби, утворені від множення квадратів на їх сторону, далі квадрато-квадрати, утворені від множення квадратів самих на себе, далі квадрато-куби, що вийшли від множення квадрата на куб його сторони, далі кубо-куби – від множення кубів самих на себе.

За допомогою додавання, вирахування, множення або перебування у відношенні між собою чи кожного з власною стороною, з них складаються численні арифметичні завдання; їх

вирішення відбувається, якщо ти підеш шляхом, що буде зазначений далі" [8, 37-38]. Цей шлях, про який пише Діофант, визначений у його "Арифметиці" у розв'язанні всіх типів завдань.

Як бачимо з цього оповідання, Діофант будує певну алгебраїзовану арифметику, у якій користується геометричними образами. Якщо він множить певне число саме на себе, то одержує квадрат, якщо множить квадрат на число, то одержує куб. Сторону квадрата приймає за число й іменує аріуцос;, а його квадрат – біуацк; – "динаміс". Якщо бшхцц множити на аріуцої;, тобто квадрат на його сторону, то одержує %B\$oc, – "кубос". Далі йдуть повтори квадрато-квадрати, кубо-куби; вище повтору третього ступеня Діофант не піднісся. Його арифметика алгебраїзована; користуючись геометричними термінами, він не зміг абстрагуватися далі, на вищі ступені.

На наш погляд, "Арифметика" Діофанта не є продовженням піфагорійської геометричної алгебри, а швидше за все являє собою алгебраїзацію геометричних величин. В одному зі своїх листів він говорить про різні комбінації щодо лінійних, квадратних, кубічних величин та їх відношень. Такими величинами, як певними абстракціями, Діофант оперує як числовими величинами, складаючи різного роду невизначені рівняння.

За своїм змістом "Арифметика" Діофанта являє собою своєрідний збірник задач (їх -189), кожна з яких супроводжується рішенням чи рішенням з поясненнями. Вони є не теоретичним здобутком, а теоретичною ілюстрацією загального методу. Автор користується методом східних математиків, що будували свою науку на догматичних настановах, але в "Арифметиці" далеко не догматично будується система невизначених рівнянь, які розташовані у певній послідовності, рішення наступних задач впливають із попередніх. Розв'язуючи ці задачі, Діофант має чіткий алгоритм рішення.

"Арифметика" Діофанта суттєво вплинула на розвиток алгебраїчних методів і теорії чисел арабського Сходу, Індії. У XV-XVI ст. методи, запропоновані цим мислителем, потрапляють до Європи через арабський світ чи Візантію. У цей час там почали оперувати й негативними числами. Рішення арифметичних і геометричних задач намагалися зводити до алгебраїчних рівнянь. "У такий спосіб в Європі склалася трохи парадоксальна ситуація: вчені користувалися алгебраїчними методами Діофанта, не будучи знайомі з його творами", – пише І.Г. Башмакова [9, 25].

"Арифметика" Діофанта позначилася на розвитку алгебраїчних методів так само, як інфінітезимальні методи Архімеда – на розвитку

диференціальних та інтегральних методів європейських математиків. Вона помітно вплинула на розвиток методів Франсуа Вієта, П'єра Ферма, Ісаака Ньютона, Леонарда Ейлера. Праці Діофанта показали свою силу "під час створення буквеної алгебри в математиці Середнього Сходу та Європи, у становленні теорії чисел і вчення про невизначені рівняння в ХУП-ХУІІІ ст., і, нарешті, вже опосередковано, його методи послужилися основою для визначення додавання точок еліптичних кривих і побудови їх арифметики. Ми гадаємо, що цим значення "Арифметики" не вичерпується, і людство ще не раз звернеться до цієї чудової книги" [9, 25].

Закінчуючи побіжну характеристику математичної спадщини пізнього еллінізму й римської епохи, варто зробити короткі висновки: чому в цей період відбулося немовби повернення до вавілонської обчислювальної математики, повернення до прагматизму й практицизму? Гадаємо, що соціальна і політична ситуація вимагала від наукового пізнання прикладних форм, застосування їх з практичною метою. Чиста математика не задовольняла потреби практики. На зміну класичної грецької геометрії приходить вавілонська обчислювальна математика, особливо в астрономічних побудовах, технічних та іригаційних спорудженнях.

Застосування алгебраїчних методів давало більш наочні результати. У цьому сенсі Діофант із його алгебраїчними методами є провісником нової епохи в математиці.

Відбувся перехід від класичної грецької геометрії, у якій величина, запропонована ще Евдоксом, зображувалася відрізком, до Діофантових чисел, де довжину відрізків почали позначати числами. Цей раціоналізм дав змогу застосовувати у рівняннях числові величини і вищі степені, аж до шостого з позитивними і негативними показниками. Подальше узагальнення і розвиток цих алгебраїчних методів відбулися в працях арабських, індійських і європейських математиків.

НАУКОВА РАЦІОНАЛЬНІСТЬ XVII СТ. У КОНТЕКСТІ СПАДКОВОСТІ АНТИЧНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕТОДОЛОГІЇ

Питанням розвитку європейської раціональності XVII ст. присвятили свої праці ряд вітчизняних і закордонних дослідників: М.Монтень, Р.Елліс, М.Халл, Ф.Андерсон, Ф.Коплстон, Ж.Еска, К.Фаррінгтон, К.Уоллас, К.Маркс, Г.Ф.Александров, В.Ф.Асмус, М.Н.Мельвіль, Х.Н.Момджян, П.П. Гайдено, С.Я.Лурьє,

М.К.Мамардашвілі, В.М.Свириденко, В.В.Кизима, С.Б.Кримський, П.Ф.Йолон, Б.А.Парахонський та ін.

Рационалізм безпосередньо пов'язаний з основним питанням філософії та її генезисом. Він уособлює виникнення другого рівня світогляду, що сформувався у результаті розв'язання протиріччя між міфологічною картиною світу, побудованою за законами уяви, та новим науковим знанням і мисленням. Філософія є світоглядним мисленням або раціоналізованим мислячим світоглядом. Вона генерується як системно-раціоналізований світогляд на базі виникаючого нового наукового знання.

Західноєвропейський раціоналізм формувався у період занепаду ренесансних тенденцій і зародження класицизму. Ці перетворення відбилися на всій системі культури Нового часу (літературі, мистецтві, науці, релігії, освіті і просвітництві, політиці).

Концентрованим теоретичним виразом західноєвропейської філософської традиції стала методологія раціоналізму XVII сторіччя. Вона виникає у відповідь на запити і потреби промислової революції, зароджуваного експериментального природознавства і всієї системи класичних наук Нового часу. У цей період, як відомо, формувалася теорія всесвітньої історії, а також нова теорія права.

Такий надзвичайно складний і багатоаспектний соціокультурний трансформаційний процес має неоднозначне відношення до античної науки. У першу чергу до еталонів наукової раціональності, вироблених у філософії і математиці давньогрецького періоду розвитку суспільства.

Зарубіжні і вітчизняні історики, методологи науки також відзначають, що цей період розвитку історико-філософського процесу відбувався не стільки на основі відродженої (Ренесансом) античної думки, скільки на протиставленні їй. При цьому початком історії філософії Нового часу практично всі дослідники вважають наукову творчість Френсіса Бекона.

Філософія XXI сторіччя розвивається на основі не менш радикальних перетворень у всій системі суспільного виробництва під впливом розмаїття наукових і соціальних революцій. Сьогодні відбувається немов подвійне заперечення самих основоположень західноєвропейського раціоналізму. Його теоретичний початок багато з сучасних мислителів пропонують іменувати у термінах "модернізму", тоді як нинішній стан історико-філософського процесу характеризується ними доволі розпливчастим і умовним поняттям "постмодернізм".

При цьому критичного перегляду зазнають не лише теоретичні основи методології раціоналізму Нового часу. Сучасна постмодерністська критика значною мірою поширюється також на всю історико-філософську традицію теоретичного раціоналізму, джерелами якого є надбання античної науки.

Саме це обумовлює актуальність задачі історико-філософського дослідження цілісних (системних) основ античного раціоналізму. Необхідним є ретроспективний аналіз якісних ступенів еволюції раціоналістичної традиції усього світового історико-філософського процесу. Однак ми обмежимося розглядом лише взаємодії двох якісно різних типів філософського раціоналізму: античного і західноєвропейського (у методології раціоналізму Нового часу – на фазі його становлення).

Передуючи цьому дослідженню, ми зафіксуємо ті вихідні теоретичні положення, які складають його основу, передумовну частину і своєрідне евристичне тло:

- Філософський раціоналізм античної науки не може бути адекватно і цілісно зрозумілим і відображеним без системного аналізу основ і теоретичної еволюції античної математики.

- У процесі відродження античної думки (у ренесансній філософії), її критичної переробки, у методології раціоналізму Нового часу відбулася втрата частини семантичного змісту і змісту теоретичного раціоналізму античної філософії і математики.

- Сучасна постмодерністська критика раціоналістичної традиції історико-філософського процесу є переважно неадекватною фундаментальним засадам античного і новоєвропейського раціоналізму, здебільшого безсистемною, спекулятивною, деструктивною.

- Задача відновлення фундаментальних основ теоретичного раціоналізму є об'єктивною потребою подальшого розвитку історико-філософського і наукового процесу і сучасного наукового прогресу.

Для осмислення і відображення розмаїття теоретичних форм історичного і сучасного західноєвропейського раціоналізму, тим більше в його конкурентній опозиції і власному (іманентно-філософському) розвитку не менш багатоліких форм ірраціоналізму – потрібно не одне дослідження монографічного або дисертаційного змісту. Тому ми вимушені істотно обмежити предмет дослідження лише первісними фазами становлення західноєвропейського філософського раціоналізму у опозиції методології індуктивізму і дедуктивізму. Значною мірою репрезентантами творчого розвитку цих методологій у раціоналізмі Нового часу виступають філософські

системи і природничо-наукові праці Ф.Бекона, Р.Декарта, Г.Лейбніца, І.Ньютона та їх послідовників.

На початку проведемо системне співставлення основних ідей, теоретичних принципів, методів наукового дослідження, основних позицій цих мислителів, які мають (або не мають) точні та адекватні теоретичні прообрази у системі раціоналізму античної філософії і математики. Однак відразу зауважимо, що мужність, яка полягає у прагненні користуватися доводами власного розуму, якою пишається сучасний філософський постмодернізм, не належить йому одному. Принаймні ця теоретична позиція досить чітко була позначена навіть у ренесансній філософії. Так, наприклад, М.Монтень з усією визначеністю стверджував, що кожна конкретна людина, її власний розум, воля, здібності є предметом істинної філософії. "Той предмет, який я вивчаю понад будь-який інший, – це я сам. Це моя метафізика, це моя фізика" [1, с. 365].

У цій статті західноєвропейський раціоналізм у його історико-філософській і теоретико-еволюційній обумовленості античною наукою і саморефлексивним критичним ставленням до неї виступає як спеціальний предмет дослідження. Взагалі філософський і математичний раціоналізм, тобто теоретичний раціоналізм у його категоріально-понятійній якісній і кількісній визначеності, є надзвичайно різноманітним теоретичним предметом. Він потребує великої кількості аспектів розгляду і пошуку адекватних методів вивчення кожної з його особливих рис. Такою і була, на загаль, вихідна філософська позиція Ф. Бекона. Він стверджував, що кожен різноманітний теоретичний предмет вимагає розмаїття підходів [2, с. 346].

Пізніше ми доведемо, що сучасні непорозуміння у тлумаченні філософського раціоналізму багато в чому обумовлені помилковим, спекулятивним ототожненням сутнісного змісту поняття "раціональне" (і, отже, – раціоналізму) з одним лише "розумом". Натомість це поняття настільки ж нерозривно пов'язане з вимогою доцільності, як і з атрибутом розумності. Розумність же поставленої мети припускає, крім іншого, вибір розумних засобів її досягнення. Більше того, родоначальник методології раціоналізму Нового часу наполягав на тому, що дуже часто вибір засобів для досягнення бажаних цілей "є більш істотним, аніж множення зусиль" [3, с. 223].

Ефективним засобом наукового пізнання є метод. Однак він повинен безупинно вдосконалюватися – "разом з відкриттями" [2, с. 313]. Знання цього попереджає дослідника про небезпеку потрапити у тенета консервативного мислення, тих пасток і оман, які несе в собі

будь-який різновид догматизму. Це одна крайність, яка загрожує втратою самого підходу і шляху до істини. Інша крайність – відмова від будь-якої нормативності, пошук істини без визначеної мети, очікуваного результату і методу його досягнення.

Окрім загальновідомих ідей і принципів античного раціоналізму, які були перенесені загальним плином культурної трансформації у теоретичний зміст методології раціоналізму Нового часу, що відзначається у численних трактатах з історії філософії (Віндельбанд, Рассел, Таннері), авторами дуже рідко показується те, що вважається унікальним явищем і філософським досягненням саме цього історичного періоду. Зокрема вчення Лейбніца про існування безлічі усіх можливих світів, його монадологія. У цьому відношенні варто вказати, наприклад, що ще Аристотель у своїй "Фізиці" використовував поняття "монади" у якості теоретично нормативного і загальновідомого. Окрім того, відомий історик філософії Р.Елліс небезпідставно вважав, що монадологія Лейбніца є своєрідною інтерпретацією, модифікацією і теоретичним розвитком філософського атомістичного вчення античних мислителів. Аргументом на користь цього є зміст критичного порівняльного аналізу методології Ф.Бекона і Р.Декарта, зробленого Лейбніцем [4, с. 26, 43].

Багато з відомих дослідників філософії Нового часу – М.Халл, Ф.Андерсон, Ф.Коплстон, Ж.Еска, К.Фаррінгтон – акцентують увагу на розвитку у творчості Ф.Бекона античних поглядів на природу кількісних змін і механіку руху, принципу детермінізму, каузальності тощо. При цьому обґрунтовується позиція, що саме Ф.Бекон визначним чином вплинув на розвиток метафізичного і механістичного наукового світогляду своєї епохи в цілому. Однак при цьому часто випадають з поля зору інші особливості гносеології і методології цього мислителя. Наприклад, прагнення розвинути принцип цілісності, який є актуальним для сучасної філософії науки. Тим часом, цей принцип є доволі значимим для більшості античних мислителів (від Фалеса до Аристотеля), а у цільових настановах Ф.Бекона він отримує природничо-науковий і філософський розвиток. Це справедливо підкреслює К.Фішер, докладно аргументуючи свою тезу про те, що кінцевою метою істинного дослідження, для Ф.Бекона, є пізнання цілого. Образ цілого будь-якої пізнаваної речі, процесу, відносин, взаємодії субстанції і сил є необхідною умовою досягнення істини. Цей образ цілого необхідно постійно "утримувати перед очима" (у науках про природу) "як останню мету" [312, с. 83, 89].

Цей істотний момент відзначають також інші історики філософії. Так, наприклад, К.Уоллас приходить до переконливого висновку про те, що не лише щодо природи, але й щодо людини принцип цілісності виступає для Ф.Бекона основним. Він "виразно розглядав людину як цілісність".

Незвідність філософських поглядів Ф.Бекона до механіцизму обстоював у свій час і К.Маркс. Він відзначав, що навіть у класичній механіці цього періоду з'являється теоретична потреба у дослідженні живих сил природи, матерії. Маркс також підкреслював: "першою і найважливішою з природжених властивостей матерії є рух, – не лише як механічний і математичний рух, але понад те – як прагнення, життєвий дух, напруження [6, с. 142]".

Неадекватність сучасних тлумачень, які доволі штучно, формально і спекулятивно зводять методологію раціоналізму Нового часу до механіцизму, може бути виявлена і в інших аспектах досліджень як беконівської філософії, так і багатьох інших філософських систем цього періоду. Про це свідчить, наприклад, принципова теза цієї філософії про те, що "складне принципово не може бути зведене до елементарного, простого". Ф.Бекон вважав поверховою саму ідею про тлумачення будь-якого рівня організації і будови матерії як суто "елементарного". Він відкидав теоретичні уявлення про так звані первинні "елементарні якості". Навпаки, теоретична позиція, яку він відстоював, полягала в тому, що жоден з існуючих у природі видів організації матерії "не може розглядатися як простий" [7, с. 18, 31].

На противагу тривіальній методології редукціонізму (від складного до простого, елементарного), Ф.Бекон розвиває висунені ще до Платона і Аристотеля ідеї про різноманіття форм усього сущого, унікальність меж буття кожної індивідної речі, індивідуальну і видову (системну) міру речей. Для цього він розвиває започатковане у античній філософії і математиці вчення про межу, вимагаючи у якості нормативного принципу експериментального природознавства точного визначення природної міри і меж буття кожного пізнаваного предмета, кожної природної речі, явища, сутності. Бекон іменує це природним "дозуванням" і встановлює методологічне правило такого теоретичного змісту: "У будь-якому дослідженні природи необхідно помітити кількість тіла необхідного для певної дії, наче його дозу; і необхідно дотримуватися обережності щодо як надмірної, так і недостатньої кількості" [2, с. 323]. Причому такі індивідуальні міри буття природних тіл повинні бути віднайдені і надійним (фізично експериментальним і математично обробленим) чином встановлені не

у довільних здогадах і гіпотезах розуму, а в самих речах. Ці міри, пише він, "повинні бути віднайдені у самих речах, а не отримані чи з правдоподібності, чи за здогадом" [2, с. 323]. При цьому важливими є не лише якості і кількості, але також рух, стан, їх відносні положення.

Про відмінність методологічних установок і загальнотеоретичної філософської позиції Ф. Бекона від механіцизму обґрунтовано наголошують ряд провідних фахівців у царині історії філософії і науки (Г.Ф.Александров, В.Ф.Асмус, М.Н.Мельвіль, Х.Н. Момджян, В.Голосов та інші). Вони розкривають зв'язок беконівського вчення з елементами античної стихійної діалектики Геракліта. Обґрунтовується також той факт, що у розробці філософських проблем, особливо у вченні про природу і будову матерії, однією з центральних і домінуючих установок цього мислителя була така пізнавальна мета. Ф.Бекон прагнув розробити поняття про "діяльну матерію", розкрити засади "мимовільного руху у природі", створити теоретичний образ "активної матерії" [2, с. 106, 116]. При цьому неминучо ставала проблема розгляду взаємозв'язку руху, простору, часу. Елементи діалектики беконівського вчення найчіткіше проступають у теоретичному аналізові відповідної і надзвичайно багатопланової проблематики філософського раціоналізму. І саме в цьому питанні, як це з усією визначеністю обґрунтовує відомий німецький філософ Г.Шмідт, вчення Бекона у певному сенсі передує кантівським антиноміям у тлумаченні простору і часу.

З позиції загальної мети і логіки дослідження даної статті автор змушений акцентувати увагу на теоретичній неповноті аналізу цієї історико-філософської проблеми. Адже акцент теоретичного взаємозв'язку між тлумаченнями антиномій простору-часу у вченнях Бекона і Канта має бути розглянутий з урахуванням загальних основ еволюції філософського раціоналізму і анналів історії науки. Мова йде, у даному випадку, саме про різноманіття раціоналістичних основ і наукових підходів до розв'язання даної проблеми. Адже воно містить у собі, щоправда у імпліцитному вигляді, широкий спектр питань, пов'язаних з природою нескінченності (актуальної і потенційної), з аналізом діалектичних і формально-логічних співвідношень між кінечним і безкінечним взагалі. Ось чому ми повинні за можливістю найбільш конкретним і визначеним теоретичним чином вказати підстави різноманіття вирішення цих проблем у античному раціоналізмі. При цьому на початку слід розглянути ці проблеми у системі античного філософського раціоналізму, згодом порівнявши отримані результати з аналізом цієї ж проблематики у раціоналізмі

античної математики. Тут же ми відзначимо стисло лише моменти, які стосуються суті питання, яке нами заторкується.

Першою і найбільш відомою теоретичною підставою щодо даних питань можуть служити знамениті апорії Зенона Елейського (формально-логічні антиномії руху). Другою, не менш важливою, але, на жаль, дуже рідко враховуваною у існуючій науковій літературі з історії філософії, діалектики, методології науки підставою є математичний атомізм, який виник у вигляді теоретичного узагальнення, модельного відображення і розвитку вчення Левкіппа-Демокрита про атоми і порожнечу (проблема кінченного або нескінченного поділу, існування або відсутності його межі, антиномії безперервного і дискретного). Третьою і теж добре відомою підставою можна вважати математику, астрономію і філософію піфагореїзму (проблема закономірної числової гармонії світу, несумірності, антиномії раціонального та ірраціонального, задачі метризації просторово-часових характеристик рухомого і нерухомого буття). Четвертою – платонізм (розвиток теорії мірних відносин, антиномії співвідношення межі і безмежного, становлення і буття, єдиного і множинного). П'ятою – аристотелізм (антиномії доказового знання, обґрунтування необхідності межі і аксіом, вчення про безмежне стосовно до величини часу і руху, диференціація актуальної і потенційної нескінченності, виникнення з протилежностей, безперервність руху, простору, часу і багато іншого).

Однак, у нашому випадку, мало вказати на безперечну наявність достовірних основ і різноманіття раціональних підходів у античній науці стосовно тієї групи метафізичних і діалектичних проблем, які отримали нову інтерпретацію, когнітивний розвиток і вирішення у наступні епохи – особливо період формування передумов і становлення західноєвропейського раціоналізму. Додатково до цього слід вказати також і шлях інформаційної трансляції ідей зі сфери теоретичних знань античного раціоналізму у філософський і конкретно-науковий зміст методології раціоналізму Нового часу. Однак для зображення цілісного змісту такого теоретико-еволюційного шляху у відношенні кожної конкретної історико-філософської проблеми потрібне спеціальне і доволі непросте дослідження. Тому ми обмежимося лише виділенням головної віхи на цьому шляху. У даному випадку нею виступають, і саме стосовно досліджуваного питання, наукові пошуки Галілео Галілея.

Називаючи наукову творчість цього філософа і натураліста надзвичайно обґрунтованою, але аж ніяк не безперечною, П.П. Гайденко виділяє як начало "формування науки Нового часу" ряд

дуже цінних, саме у досліджуваному нами аспекті, теоретичних обставин. Розглянемо їх детальніше.

По-перше, шляхом еволюційної міграції теоретичних ідей, наприклад, аристотелізму, до наукового апарату ренесансної філософії і науки надходили не лише відповідні вчення, принципи, способи доказового міркування і обґрунтування конкретних систем знання, але також і формалізми. Щоправда, вони часом не мали абстрактно-символічної (формульної) аналітичної форми. Частіше це були змістовні формулювання закономірностей, мірних відносин, якісно і кількісно визначених пропорцій тощо. Скажімо, це стосується аристотелівської "формули швидкості", "у Аристотеля це була проста пропорційність, у XIV ст. на її місці постає досить складна функція, але основні правила залишаються ті ж самі: при постійній рушійній силі і постійному опорі швидкість є постійною. І навпаки: будь-який рівномірний рух (при незмінному опорі) передбачає незмінну постійно діючу силу" [8, с. 466].

По-друге, навіть при абсолютизованих критично-теоретичних формах опозиції античному раціоналізмові Г.Галілей називав початком власної наукової позиції античну науку. Тобто це аж ніяк не означає повної негатиї наукових ідей і принципів античності. Навпаки, порівняння оригінальних текстів (античних і ренесансних авторів) переконливо свідчить про факти закономірної системної спадковості у еволюції і розвитку наукових знань, запозичення основних ідей, способів постановки задач і методів їх аналізу, щоправда, з дуже істотною, часом кардинальною модифікацією їх вихідного (античного) теоретичного змісту.

Дуже показова в цьому відношенні гносеологічна позиція Галілея, на розгляді якої нам варто зупинитися більш докладно.

У свій час Н.Наторп і Е.Кассіерер переконливо показали, що демонстративна відмова Галілея від теоретичної спадщини аристотелізму аж ніяк не виключала його спирання на інші традиції античної науки, часом діаметрально протилежні, як, наприклад: вчення Платона і Левкіппа-Демокрита.

Дійсно, Галілей прямо заявляв про своє скептичне ставлення до спадщини Аристотеля. "Як багато положень я помітив у Аристотеля (я завжди маю на увазі натуральну філософію), – говорив Галілей – ...які не просто хибні, але хибні так, що істинним є діаметрально їм протилежне" [8, с. 252-253].

Тим часом, це не заважає вченому у багатьох випадках спиратися на ідеї Аристотеля, Платона, Демокрита, деяких інших античних авторів (філософів, фізиків і математиків). Незважаючи на критичне

ставлення до великого Стагирита, Галілей високо цінує його і навіть опікується спеціальним дослідженням питання такого змісту: що потрібно для того, щоб бути гарним філософом на зразок Аристотеля?

У контексті нашого дослідження ми торкнемося зв'язку наукової творчості Галілея з ідеями математичного атомізму Демокрита. А саме щодо антиномій: кінцевого і нескінченного, дискретного і безперервного. І при цьому у цілком визначеному аспекті – відносно математично і фізично тлумаченої "порожнечі". До речі, відомо, яку пильну увагу цій проблемі приділяє також Аристотель у своїй "Фізиці". Однак із зазначеної вище причини Галілей звертається до Демокрита при аналізі древньої проблеми про причини зв'язності тіл.

У своїх "Бесідах і математичних доказах" він використовує ідеї математичного атомізму Демокрита щодо ролі і функції "порожнечі" у розв'язанні проблеми зв'язності тіл.

Спочатку Галілей розглядає більш загальні питання, які стосуються проблеми зв'язності, єдності і упорядкованості світу в цілому. Особливо – космологічної моделі Сонячної системи (геоцентричної і геліоцентричної). Він "затіває" наукову суперечку, щоб у діалозі послідовно і системно відобразити аргументацію на користь однієї й іншої "системи світу". Істотним при цьому є окреме твердження, адресоване теоретичним опонентам. Галілей говорить: "Ні ви, ні хто-небудь інший не довели, що світ кінечний і має певну форму, не є нескінченним і необмеженим".

Він умовно приймає дану тезу як обґрунтовану і говорить: я поступаюся вам поки що, допускаючи, що він є кінечним і обмеженим сферичною поверхнею, а тому повинен мати власний центр.

Однак при цьому виникають природні контраргументи і сумніви такого змісту: наскільки імовірно те, що саме Земля, а не інше тіло, знаходиться в цьому центрі [8, с. 415]. Опонент наводить як аргумент вчення Аристотеля, мотивуючи тим, що в нього, мовляв, є близько сотні доказів того, що світ кінечний, обмежений і сферичний.

На це Галілей відповідає: що всі ці докази тільки за формою різноманітні. А за змістом зводяться до одного єдиного, базованого на ідеї про рухомість Всесвіту. Якщо ж цю тезу відкинути, то і всі аристотелеві аргументи і докази виявляться спростованими.

У кінцевому рахунку, цей фрагмент діалогу зводиться до проблеми вибору одного з двох суперечних засновків. Але на той момент не було надійних астрономічних даних, які дозволяли б обґрунтовано зробити цей вибір. Ця антиномія стосується того, чи визнати істинним, що:

- Земля міститься в центрі;
- або те, що
- небесні сфери рухаються навколо якогось іншого центру.

Розв'язання цієї проблеми Галілеєм загальновідоме. Що ж стосується набагато більш часткового, але не менш складного питання про зв'язність тіл через порожнечу, то воно досліджується істориками філософії і методологами науки значно рідше. Тим часом, це питання має не лише історичний, але й надзвичайно актуальний теоретичний зміст для багатьох розділів сучасного математизованого природознавства і наукового світогляду. Зупинимось на цьому питанні окремо.

Проблема "зв'язності тіл", за Галілеєм, може бути зведена до двох головних теоретичних засад. Він так характеризує їх зміст. "Одна – це відомий страх порожнечі у природі; ...інша – припустити яке-небудь зв'язуюче, яке, наче клей, щільно з'єднує частки, з яких складене тіло" [9, с. 124]. Але, якщо кожна дія повинна мати тільки одну кінцеву діючу причину, то виникає питання: чому не можна визнати такою порожнечу? Тобто визнати достатність саме її у розв'язанні цієї проблеми?

Залишаючи осторонь фізичний зміст порожнечі, аналізований Галілеєм, який докладно освітлений в історії методології науки, зокрема у працях С.Я.Лур'є і П.П.Гайденко, ми розглянемо саме математичну сторону цієї проблеми. Адже саме вона досліджувалася у математичному атомізмі Демокрита, а потім і багатьма піфагорійцями та їх послідовниками.

У Галілея математична інтерпретація фізичної порожнечі отримує таке тлумачення. "Те, що я сказав про прості лінії, – пише Галілей, – так само стосується поверхонь твердих тіл, якщо розглядати їх як такі, що складаються з нескінченної безлічі атомів. Якщо ми розділимо тіло на безкінечне число частин, то, без сумніву, не зможемо отримати з них тіла, яке займало б обсяг, який перевищував би первинний, без того, щоб між частинами не утворилося порожнього простору, такого, який не заповнений речовиною даного тіла; але якщо допустити граничне і крайнє розкладання тіла на позбавлені величини незліченні первинні складові, то можна уявити собі такі складові розтягнутими на величезний простір шляхом включення не кінцевих порожніх просторів, а тільки нескінченно численних порожнеч, позбавлених величини" [там же, с. 78-79].

Подібні закономірності відзначають також інші фахівці у галузі історії філософії та історії науки. Істотне в цьому відношенні

порівняння деяких базисних визначень античної науки з аналогічними принципами пізнання і визначеннями наступних історичних фаз теоретичного розвитку науки взагалі, математичної і філософської особливо. При цьому подібність, часом навіть і змістовий "збіг" визначень у наукових теоріях і метафізиці різних періодів всесвітньої історії є дуже вражаючим і повчальним. Він дозволяє, щоправда непрямым чином, більш адекватно оцінити масштаб античного впливу на зміст сучасної науки і філософії. Цей вплив аж ніяк не обмежується епохою Відродження або методологією науки Нового часу, він поширюється навіть на різноманітні філософські системи, вчення і теорії періоду "класичної німецької філософії" [11].

Збіг визначень, введених у античній науці і класичній німецькій філософії "не за буквою", а за змістом, відзначають ряд сучасних дослідників з історії філософії, історії і методології науки. Визначивши фізику як науку про природу, а природу – як початок руху, Аристотель, по суті, започаткував те, що ми донині називаємо природознавством. І характерно, що понад дві тисячі років потому наведені слова грецького мислителя майже буквально відтворив Кант. "Природознавство, – говорив він, – узагалі буває або чистим, або прикладним вченням про рух" [10, с. 26].

Таким чином, конкретний епістемологічний, когнітивно-теоретичний зв'язок і наступність між античним науковим раціоналізмом (у філософії і математиці, фізиці і метафізиці) і раціоналізмом ренесансної філософії та методології Нового часу (а також більш пізніх історичних періодів) виявляються навіть у таких випадках, коли ставлення до першого є гранично критичним. Більш того, еволюційно-епістемологічний зв'язок і теоретична спадковість є системними і поліфункціональними. Вони стосуються запозичення не лише окремих ідей, наукових принципів і підходів. Навпаки, ренесансна наука (і пізніші) спирається на цілісні вчення античної, аж до способів постановки і обґрунтування окремих проблем, включаючи формулювання, формули, аргументи, докази і спростування окремих положень цих вчень. При цьому дуже часто відбувається якісна модифікація тлумачення окремих понять, принципів, а часом і перетворення цілісних вчень [12].

Науковий огляд існуючих концепцій і дискусій у сучасній філософії науки з проблем модернізації змісту, значення і сутності раціонального призводить до таких основних висновків:

1. Виявляється надзвичайно істотний розрив у теоретичному тлумаченні поняття "раціонального" та "ірраціонального" з позицій теоретичної загальності у філософії і математиці. Так, наприклад, у

відношенні специфіки філософського способу освоєння дійсності і теоретико-філософського пізнання цілком адекватним (об'єктивному станові) є вживання "ірраціонального" – видимості, на противагу тому, що все раціональне, навпаки, передбачає нерозривну пов'язаність з "дійсністю". Однак такі уподібнення не можуть вважатися цілком коректними щодо математичного знання. Адже не можна, не поступившись суворістю міркування та істиною, всерйоз вважати ірраціональні математичні числа видимістю. Настільки ж неправильним було б, навпаки, штучно наділяти атрибутом "дійсності" лише раціональні числа. Інша справа, коли видимість є негативним відношенням до раціонального в дійсності.

2. Показано, що в існуючих історико-філософських, історико-наукових дослідженнях, при всій їх плідності і безлічі цінних теоретичних результатів, все-таки аж до цього часу нерозкритими є системні засади становлення античного філософського раціоналізму; не виявлені основні причини, що обумовили істотні прогалини у вирішенні даної проблеми: штучний "обрив" генетичних начал формування античного раціоналізму (у крито-мікенський період); неадекватність тлумачення "синкретизму" наукових знань на ранніх фазах формування раціоналістичного світогляду давньогрецького суспільства; ефект часткового спрощення (щодо реального історичного процесу) – "лінійності" у історико-філософських підходах до дослідження джерел західноєвропейського раціоналізму (фрагментарне, вибіркове ставлення до аналізу двох протилежних і взаємодоповнюючих систем наукового знання: філософського і конкретно-наукового, особливо – математичного і всієї системи фактуально-емпіричного знання передраціоналістичного періоду становлення античної науки); принципова неповнота врахування генетичного "древа" еволюційних шляхів формування базисних понять, наукових термінів, принципів, взаємозалежності альтернативних концепцій, вчень, теорій; інноваційної міграції, модернізації і когнітивного, соціокультурного взаємообміну ідей, принципів і цільових настанов пізнання, правил, прийомів і методів організації пізнавального процесу, "дрейфу" фундаментальних понять між ірраціональними (наприклад, релігійно-міфологічними) і раціональними (наприклад, у системі емпірично фактуальних знань) складовими єдності передраціоналістичного світогляду; недооцінка, або ігнорування фактів детермінації процесу формування наукової термінології і мови науки з боку повсякденної практики, повсякденної свідомості, повсякденної (природної) мови, писемності; нівелювання специфіки функціонування наукових термінів і понять природної

мови на якісно різних логіко-гносеологічних рівнях пізнавального процесу: спеціально наукової, загальнонаукової і категоріально-філософської мови науки.

3. Отже, необхідно виявити джерела різноманіття тлумачень сучасного раціоналізму у античній математиці і філософії. Зрозуміло, лише у тому випадку, коли існують реальні прообрази наукових підходів і способів тлумачення того або іншого різновиду раціонального: у античній і сучасній науці.

4. Тому порівняння великого числа наукових підходів і концепцій західноєвропейського раціоналізму періоду модерну і сучасних тлумачень проблеми раціонального взагалі буде здійснюватися нами надалі у аспекті вирішення питання про адекватність, повноту аргументації і теоретичну відповідність сучасних і античних концептів "раціональності".

5. Стосовно сучасного стану суспільства задача відновлення ідеалів і норм античного раціоналізму, беконівського етосу науки має не меншу цінність, аніж сам науково-технічний прогрес. Велика мета "відновлення наук і ремесел", усвідомленого розуміння того, що "знання – сила", припускає доповнення у питанні єдності змісту і форми, автентичного зв'язку протилежних епістемологічних і теоретичних систем: знання філософського і знання математичного.

ЛОГІКО-ДЕДУКТИВНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ПРОГРАМУВАННЯ

У міру нагромадження й ускладнення наукових знань виникла необхідність їхнього упорядкування, структурної побудови, установлення зв'язків між елементами, розкриття їхніх основних принципів, понять, надання цим знанням строгої науковості й визначеності.

У вирішенні цих питань необхідні системний аналіз і структурна побудова наукового знання. Вперше в історії науки системно-структурний аналіз у діяльності людського мислення і його кодування провів Аристотель. Він сформулював закони правильного мислення – закони логіки – і вперше у вигляді системи наукового знання побудував формальну логіку. До Аристотеля існували окремі логічні фрагменти і положення, але не було точної, стрункої системи логічної побудови. Сам Аристотель говорить про це: "Що стосується вчення про умовиводи, то ми не знайшли нічого такого, що було б сказано до

нас, а мали самі створювати його з більшою затратою часі та сил" [1, 593].

Формальна логіка стала теоретичною основою в побудові дедуктивних теорій і її вищої форми – форми побудови аксіоматичних систем. Аксіоматичні системи пройшли три етапи розвитку: конкретно змістовний, абстрактно змістовний або напівформальний і формальний. Зразком першої аксіоматичної системи є "Начала" Евкліда, механіка Ньютона, аналітична механіка Лагранжа; абстрактно змістовну аксіоматику являє собою аксіоматика арифметики Пеано; зразком третьої аксіоматичної системи є аксіоматика математичної логіки, формальної арифметики, теорії ймовірностей А.Н. Колмогорова. Усі ці види аксіоматичних систем покликані до життя потребами наукового знання, що розвивається, а також для розв'язання внутрішніх протиріч, що виникають у процесі розвитку дедуктивних наук.

Конкретно змістовна аксіоматика будується на інтуїтивній основі. Несуворий підхід існує і до принципів побудови дедуктивних наук (несуперечності, повноти, незалежності), а також і до ідеї доказу. Але ця перша аксіоматична система сприяла систематизації наукового знання, являла собою цілісне, закінчене наукове знання. Аксіоматика Евкліда очистила геометричну теорію від повторів, протиріч і представила всю теоретичну систему в найбільш простій і доказовій формі. Але ця аксіоматика має ряд недоліків: вона "схоплює" найпростіші відносини між предметами і явищами об'єктивної дійсності, віднесена лише до одних геометричних об'єктів, до однієї предметної галузі, має слабку синтетичність. Основою цієї аксіоматичної системи є формальна логіка Аристотеля.

З розвитком математики і теоретичного природознавства статична аксіоматична система Евкліда перестала задовольняти подальші вимоги. З введенням змінної величини й відкриттям неевклідових геометрій необхідною стала така логічна операція, яка виконувала б побудову математичної теорії на абстрактно змістовній основі й мала б інтерпретацію. Інтерпретації можуть бути різного роду і мати різний зміст, але елементи аксіоматичної системи далекі від конкретної змістовної основи і мають широкий абстрактний зміст. Так, при побудові абстрактно змістовної аксіоматичної системи Д. Гільберт указує на повну абстрактність елементів цієї системи: "Ми, – говорить він, – мислимо три різні системи речей: речі першої системи ми називаємо точками й позначаємо А, В, С...; речі другої системи ми називаємо прямими та позначаємо а, в, с...; речі третьої системи ми називаємо площинами і позначаємо" [2, 56].

Гілберт уводить різного роду відносини між елементами системи: “безперервність”, “паралельність”, “приналежність”, “конкретність” або “співмірність”. У них фіксуються абстрактні відносини, що належать до різних теоретичних систем. Така аксіоматична система стала більш ємною, синтетичною і широко застосовуваною до інтерпретацій різної предметної галузі. Аксіоматика Д.Гільберта будувалася на математичній логіці; принципи несуперечності, незалежності, повноти, можливості розв’язання, на відміну від конкретно змістовної аксіоматики, також доводяться, хоча на змістовному, семантичному рівні. Геометрія Евкліда стала однією з інтерпретацій, моделей геометрії Д. Гільберта. У цій геометричній системі зростає роль суворості доказів, розвиваються принципи інваріантності, ізоморфізму й відповідності. За допомогою теорії моделей устанавлюється зв’язок з емпірією.

Але з розвитком теоретико-множинних відносин виникають нові протиріччя. Так були викликані до життя старі парадокси типу “брехуна”, “купи”, “ідеї про ідею” – є нова “ідея”. Ці парадокси сформульовані у вигляді парадоксів Рассела-Цермело, як множина усіх множин, що не містять себе як елементи; парадокс Кантора про найбільше координальне число; парадокс Буралі-Форті, що належить до порядкових трансфінітних чисел та ін. Аналізуючи становище, яке виникло в основах математики, багато найвизначніших учених втратили впевненість. На теорію множин Кантора з усіх боків обрушилася різка критика. Зіштовхнувшись з парадоксами теорії множин, Фреге і Дедекінд фактично відмовилися від своїх точок зору і припинили подальшу роботу. Характеризуючи становище, що склалося, Д.Гільберт пише: “Треба погодитися, що стан, у якому ми перебуваємо нині щодо парадоксу, на тривалий час нестерпний. Подумайте: у математиці – цьому вірцеву достовірності та істинності, – утворення понять і хід умовиводів, як їх всякий вивчає, підносить і застосовує, проводять до безглуздя” [2, 349].

Усі парадокси, які виникли, говорили про те, що математичні теорії побудовані не на суворих підставах, необхідно було абстрактно змістовну аксіоматику замінити на більш сувору. Розробити таку логічну систему, де необхідно буде сформулювати самі поняття “доказ”, “формула”, “логічне правило”, “логічний закон” і формалізувати не тільки аксіоматичну систему, але і правила висновку, тобто не тільки семантичну частину висновку, але й її синтаксис.

Така кодифікація і логічна побудова всієї теоретичної математики приводить до деякої єдиної логічної системи, де

виконуються операції над формулами за суворо визначеними правилами. "Ця гра формулами здійснюється за певними цілком визначеними правилами, – говорить Гільберт, – у яких виражається техніка нашого мислення" [Там же, 382].

Отже, цей процес такої побудови кодифікує і систематизує наше мислення; мислення дослідника при побудові математичної теорії додержується законів правильного мислення. Така систематизація розумового апарату, з погляду Гільберта, приведе до суворої, безпомилкової побудови математичної теорії. "Ці правила утворюють замкнену систему, яку можна знайти й остаточно задати. Основна ідея моєї теорії доводу зводиться до опису діяльності нашого розуму, інакше кажучи, це протокол про правила, згідно з якими фактично діє наше мислення" [Там же].

Гільберт був глибоко переконаний в істинності своєї теорії доказу. Такою системою побудови він сподівався врятувати математичні теорії від парадоксів, очистити її від несуворостей у побудовах і одержати істинне знання в чистому вигляді.

Посилаючись на Аристотеля, Гільберт глибоко вірив у силу людського розуму, у те, що він здатний досягнути абсолютну істину. "Підтверджується те, – говорить він, – що, можливо, передчував уже Аристотель, а саме: що наш розум не проводить ніяких таємничих фокусів, а, навпаки, користується тільки цілком визначеними, встановленими правилами – що є разом з тим запорукою абсолютної об'єктивності його суджень" [Там же, 399]. Глибоко вірячи в ідею суворості дедуктивного доказу, Гільберт закликав до побудови такої логіко-дедуктивної теорії, яка б вивела математику з кризового становища. "Я вірю, – говорить ін, – що моя теорія доводу робить нам ще ширшу послугу. Адже що було б з істинністю наших знань взагалі і як склалося із здійсненням та прогресом науки, якби навіть у математиці не було достовірної істини?" [Там же].

Формальна аксіоматика зіграла помітну роль у становленні математичної теорії в її несуперечності. Найбільш повно проявилися методологічні принципи несуперечності, незалежності, повноти і проблема можливості розв'язання при аксіоматизації арифметики.

Але відповідь на запитання Гільберта про досягнення істинності, вірогідності і її доказу за допомогою цієї замкнутої формальної аксіоматичної системи не примусила себе чекати.

Аналізуючи формальні аксіоматичні системи, К. Гедель у 1931р., а потім С. Кліні довели обмежені можливості будь-якої формальної аксіоматичної системи. Теорема Геделя про несуперечність і повноту аксіоматичної системи дедуктивно довела, що, якщо система аксіом

неповна, то вона несуперечлива, протиріччя настає, якщо вона стає повною. У будь-якій математичній теорії можуть бути сформульовані пропозиції, що неможливо ні довести, ні спростувати засобами цієї аксіоматичної системи, але, приєднуючи цю пропозицію a_{n+1} або її заперечення до даної аксіоматичної системи $a_1; a_2; a_3; a_n$, одержимо нові аксіоматичні системи. Уперше в історії математики таке розширення зробив Евклід, приєднавши до аксіоматики своєї геометрії 5-й постулат, і з “абсолютної геометрії” одержав геометрію Евкліда, а потім, більш ніж через 2000 років, застосувавши постулат, зворотний 5-му, Н.І.Лобачевський, К. Гаусс і Я. Боян побудували уявну, неевклідову геометрію.

Така побудова аксіоматичних систем має велике гносеологічне значення, стало можливим будувати різного роду аксіоматичні системи, що мають різного ступеня виражальні можливості і застосовності в різних галузях наукового знання. Формально аксіоматичні системи дали можливість поставити ряд філософських питань про співвідношення формального і змістовного в науковому пізнанні, про співвідношення точного й неточного в знанні, що розвивається, про алгоритмізацію, програмування й межі застосовності обчислювальних засобів в одержанні точного знання, про побудову розумових операцій і співвідношення предмета і пізнавальних можливостей за допомогою побудованих логічних структур і обчислювальних засобів. Уся ця логіко-дедуктивна аксіоматична система стала підготовчим етапом для побудови однієї з могутніх галузей сучасної математичної галузі – алгоритмізації, програмування й обчислювальних засобів, без яких немислимий сучасний науково-технічний прогрес. Розглянемо докладніше цей математичний напрямок.

Застосування різного роду обчислювальних засобів, побудова для них програм є невід’ємною частиною в розв’язанні сучасних науково-технічних, соціально-економічних, екологічних та інших задач. З огляду на важливість цих задач, що доводиться вирішувати за допомогою ЕОМ і програмування, природно виникає питання про надійність програмування й обчислювальних засобів.

Теоретичною основою побудови програм на ЕОМ, як було відзначено, стала “Програма Гільберта”, його теорія доказу, за допомогою яких він зробив спробу повної формалізації математики.

Гільберт, як відомо, ставив перед собою завдання деталізації кожного кроку доказового мислення, його логічного обґрунтування, де піддавалися повній формалізації не тільки математичні теорії, але і

правила висновку, він прагнув розробити такий метод, який би копіював закони правильного мислення.

У процесі розв'язання різного роду науково-технічних задач і формування наукового світогляду діє новий технічний феномен. Він сприяє реалізації розумової діяльності в тій мірі, у якій розумова діяльність здатна розчленовувати досліджуваний процес на елементарні операції. До цього прагнули за всіх часів математики, фіксуючи правила дій з ідеальними об'єктами, виконуючи різного роду логіко-математичні операції. Цей ланцюжок дій над ідеальними об'єктами являв собою ідеальний процес, що деякою мірою заміняв реально існуючий досліджуваний процес. Але спосіб мислення, у свою чергу, повинен відбивати реально існуючий досліджуваний процес. Дослідник прагне розгадати закономірності природи, вибираючи визначений шлях і метод дослідження, користуючись своїм світоглядом і результатами обчислювальних засобів. Дослідники і раніше використовували математичні методи, алгоритми. Але обчислювальні засоби (програмування, ЕОМ) не були розвинуті настільки, щоб можна було вибрати метод дослідження й аналізувати різні варіанти розв'язку. При цьому ставиться завдання можливості розв'язання того чи іншого питання за кінцеву кількість кроків. Це спрощує, деталізує процес, являє свого роду редуційний метод дослідження, в остаточному підсумку ставиться завдання можливості розв'язання.

“Прояснення поняття розв'язності даного математичного питання за кінцеве число кроків якраз і є одним із завдань, поставлених Гільбертом перед теорією математичного доводу в його доповіді “Аксіоматичне мислення” [3, 505]. “Програма Гільберта”, як відомо, була породжена боротьбою різних математичних і філософських шкіл з формалізмом, логіцизмом, інтуїціонізмом. Ця боротьба ідей привела до розвитку конструктивізму в математиці і різного роду логічних числень.

У кожен історичний період розвитку наукового знання виникає свій певний стиль мислення. Так і в наш час, у період науково-технічного прогресу, переважає кібернетичний стиль мислення. Це, у свою чергу, породжує такі канонізовані уявлення сучасного стилю наукового мислення, як принципи моделювання, ідею математичного світу й спільності конструктивно-технологічного підходу.

У період науково-технічного прогресу створені нові обчислювальні засоби. Кібернетика стає основою системи управління. Кібернетичний стиль мислення, мова кібернетики стали загальнонауковими. Кібернетика впливає на розвиток природничо-

наукових, технічних дисциплін, проникає в питання мовознавства й інші суспільні науки. “Роль кібернетики як парадигми сьогодні виражається і в тому, що вона значною мірою впливає на формування мови сучасного природознавства, його концептуально-понятійний апарат” [4, 4]. У цьому плані кібернетика, її мова сприяють розвитку приватних наук, вони являють собою основну структуру приватно наукового знання, установлюють певну послідовність і систему його побудови. Але ці побудови повинні мати суворо науковий, доказовий характер.

Протягом тисячоліть, починаючи зі Стародавньої Греції, найбільш міцну основу істинного мислення знайшов дедуктивний доказ. Але історичну тенденцію дедуктивного обґрунтування необхідно обернути на модерністський спосіб “добування” нового знання за допомогою ЕОМ. Загальновідомо, що ЕОМ може розв’язувати не тільки практичні задачі, але й вирішувати проблематику найбільш абстрактних галузей, зокрема доказ математичних теорем. При цьому слід зазначити, що ЕОМ не може порушити фундаментальних принципів дедуктивного доказу (несуперечності, повноти і незалежності). Але машинний доказ теорем не має міцного обґрунтування, він базується на так званій емпіричній основі, експериментальних оцінках і емпіричних узагальненнях. Однак практична ефективність і “модність” роботи ЕОМ відтінює як другорядне дедуктивне обґрунтування роботи самої ЕОМ.

Поява надпотужних ЕОМ поставила перед дослідниками два основних завдання, відзначає Е. Дейкстра:

1. застосовність цих машин до розв’язання таких задач, які б себе виправдали;
2. але якщо ці машини представляють більш могутні обчислювальні засоби, то зростають і запити суспільства до вирішення різних більш складних і інтелектуальних сфер застосування [5, 267].

Як відомо, будь-яка наука повинна мати певні “розміри”, повинна бути “доступною для огляду”, її інформативні можливості людина повинна засвоїти і не втрачати їх при подальшому вивченні. Ще слід зазначити, що кожен розділ людського знання повинен бути певним чином відокремленим від інших наукових дисциплін. Аналогічні вимоги варто застосувати і при побудові програм для ЕОМ. “Така аналогія побудови наукового знання при побудові програм для ЕОМ, – відзначає Є. Дейкстра, – приводить до постановки тих же задач “розміру та різноманітності” [Там же], тобто розміру програми й

різноманітності розв'язуваних задач. Але для глибокого осмислення сутності деякого процесу необхідні її деталізація, розбивки, розчленовування на частини.

Важливо вибрати ізольований аспект. "Головна характерна риса культурного мислення, на мою думку, – відзначає Є. Дейкстра, – полягає в тому, що людина може і хоче глибоко вивчити певний аспект ізольовано, заради його власного змісту, усвідомлюючи у той же час, що вона займається тільки одним з аспектів. Інші аспекти мають чекати своєї черги, тому що наші голови такі малі, що не можуть без плутанини працювати з усіма аспектами одночасно" [Там же]. Така постановка питання цілком погоджується з діалектичним методом пізнання, уточнення абсолютно істинного знання.

Для заглиблення в сутність речей більш високого порядку "важливе значення має правильність складання програм, подавання їх в такому вигляді, щоб можна було встановити їх істинність, при цьому ... можна загорітися бажанням аксіоматизувати якомога універсальнішу мову програмування або обережно знайти найефективніші обмеження" [Там же, 270].

Але як піддати повній аксіоматизації й наступній формалізації яку-небудь задачу? Адже вона може складатися з різних математичних розділів, і її математичне забезпечення може бути різнорідним. Неможливо за допомогою однієї аксіоматичної системи скласти математичне забезпечення для вирішення даної програми. У такому випадку неможливе єдине дедуктивне обґрунтування всієї програми. Різні задачі мають і різну структуру побудови, і ступінь формалізації. При цьому необхідно домагатися максимальної простоти розумно керованих програм. Зважаючи на те, що в даний час програмування стало загальноприйнятим "ремеслом" у розв'язанні різного роду наукових і народно-господарських завдань, то слід це "ремесло" поставити на наукову основу і навчитися обґрунтовано складати програми, представляти це як певну логіко-математичну конструкцію. У процесі побудови програми необхідне її поетапне обґрунтування, обґрунтування кожної її формалізованої частини. Що ж стосується всієї програми, то критерієм істинності повинне бути її практичне обґрунтування.

У програмуванні на ЕОМ спостерігається дві тенденції. Одна з них являє розробку формалізованих алгоритмічних систем, тобто теоретичний напрямок у розвитку програмування. Цей теоретичний напрямок являє собою одну з форм побудови конструктивної машинної математики, інший напрямок являє собою еволюцію експериментальних програм, які можна розглядати як одну з форм

індуктивного напрямку в розвитку машинної математики. Діалектична взаємодія індуктивних і дедуктивних методів у побудові машинної математики повинна мати загальне методологічне обґрунтування в правильності побудови програм ЕОМ.

Така еволюція у взаємодії індуктивних і дедуктивних методів, мабуть, у майбутньому повинна привести до створення так званих "гібридних" програмованих систем, вести в бік їхнього узагальнення й універсалізації. "Еволюція як "інтелектуальних" пакетів програм, – відзначає І. Н. Молчанов, – так і експертних систем у майбутньому, очевидно, приведе до створення гібридних систем, у яких використовуватимуться як формалізовані алгоритми обробки інформації, так і досвід спеціалістів-операторів. Саме в гібридних експертних системах поєднуюватимуться як "жорсткі", так і "м'які" моделі та способи обробки інформації" [6, 58].

Цікаві надії плекає Р.Андерсон: "Якби можна було формалізувати довід правильності та проводити його абсолютно надійним взірцем (як автоматично доказовим пристроєм), то йому можна було б повністю довіряти. У майбутньому це, можливо, виявиться реальним, але не зараз" [7, 26].

Проаналізуємо ряд аспектів неможливості повного дедуктивного обґрунтування сучасних програм ЕОМ. Як відомо з теорем К. Геделя про неповноту логічних систем, неможлива повна формалізація жодної змістовної теорії. Якщо програма для ЕОМ буде побудована аксіоматично і буде розпочата спроба її формально-логічної побудови, то це завдання виявиться теоретично нездійсненним. А якщо врахувати, що жодна програма не може бути побудована за допомогою однієї аксіоматичної системи, то питання повної її формалізації відпадає. Крім цього, в процесі побудови формалізмів можуть бути пропущені логічні помилки, які важко з'ясовуються і які приведуть до побудови неправильних програм. Історичним прикладом такої помилки може служити теорема Х.Ербрана, доведена ним у 1930 р., на якій засновані найбільш розповсюджені машинні алгоритми. За допомогою цих алгоритмів здійснюється пошук доказів теорем математичної логіки. Ця важкоусувна помилка була виявлена тільки в 1963 р. Такого роду помилки в логічних побудовах програм ЕОМ можуть спостерігатися й в інших випадках. Їх можна усунути в результаті застосування іншого логіко-математичного апарату в процесі розвитку науки або практичної перевірки програм. "Але програма щодо доказу правильності програм, – відзначає А. І. Анісімов, – у свою чергу, має потребу в доводі правильності. Очевидно, в кінцевому підсумку правильність версифікуючої

програми має бути доведена людиною" [8, 38]. Ієрархічна побудова програм для обґрунтування попередньої програми являє собою свого роду метапрограми різних рівнів. Для встановлення істинності попередньої програми, очевидне питання не теорії, а чисто практичне питання, людська практика повинна підтвердити істинність теоретичних висновків програмування.

Слід зазначити, що зростання, розвиток математичної науки приводить до розвитку нових форм дедуктивного обґрунтування програм, це також підтверджує неможливість побудови єдино правильної і дедуктивно обґрунтованої програми ЕОМ.

При побудові програми важливим фактором є високий професіоналізм як у вивченні задачі, яку необхідно розв'язати, так і в самому логіко-математичному забезпеченні. З огляду на професійні труднощі, у наш час наукова думка спрямована на спеціалізацію і створення персональних ЕОМ – ПЕОМ. Персональні ЕОМ сприяють більш глибокому вивченню предметної галузі, тобто вивченню сутності речей. "Створений фахівцями у даній предметній галузі програмний продукт формалізує такі його тонкощі, які, по-перше, не вкладаються у традиційні моделі, по-друге, недоступні професіональним програмістам-виготовлювачам тиражованих пакетів прикладних програм" [9, 4].

Як бачимо, подібні програми точніше характеризують предметну галузь. В основу алгоритму покладений принцип максимального задоволення потреб користувачів ПЕОМ, визначення набору типових функцій для кожної галузі і вимог, що ставляться з боку споживача конкретної галузі до ПЕОМ. Такого роду спеціалізація обчислювальної техніки і її програм сприяє проникненню в сутність речей, більш глибокому їхньому вивченню, але недоліком їх є їхній приватний характер. Очевидно, подальший розвиток обчислювальної техніки повинен враховувати і такий персональний спеціалізований напрямок.

Але як би детально не вивчалася предметна галузь, неможливо цілком запрограмувати будь-який процес, створити програму, яка встановлює загальний універсальний зв'язок того чи іншого процесу або явища. Програма тільки в грубій, наближеній формі може його характеризувати. Але й не тільки в цьому може бути причина неточності програм. При перевірці правильності складання програми на машині машина може давати "збої" у перевірці. Це утруднить перевірку правильності її побудови. Іншим "бар'єром" у правильності побудови програм є обмежені можливості суб'єкта, укладача програм.

Ще при виділенні визначеної задачі необхідно визначити поняття практичної видимості чи неозорості математичного твердження. Якщо математична задача зводиться до неозорої процедури, то важко гарантувати її істинність при побудові програм. У цьому випадку набирає сили діалектика кінцевого і нескінченного. “Неосяжна процедура, яка реалізується в істотній частині ЕОМ або допускає редукцію до досяжного доводу методами, які є у розпорядженні математиків” [10, 31]. Дійсно, кожен неозорий процес може бути помилковим, але ця помилка може бути виявлена при подальшій розробці і перевірці програм, розробці математичного забезпечення. В остаточному підсумку неможливо формалізувати цілком жоден процес. Справедливо зауважує Ю.І.Манін, що математичний світ має певну реальність і внутрішнє життя, що мало залежить від формалізмів, покликаних його описувати.

Ще слід зазначити могутні інтегративні властивості програмування й ЕОМ у науковому пізнанні. Програмування, машинна математика стали новим напрямком у науковому пізнанні. Вони сприяють проникненню в різні галузі людського знання, вони “стерли” грані між гуманітарними і природничо-науковими дисциплінами. Усі науки стали математизуватися за допомогою нової машинної математики, що дало новий імпульс у розвитку сучасного наукового знання.

Розглядаючи програмування як принципово новий метод у науковому пізнанні, академік В.М. Глушков відзначає, що цей математичний експеримент “займає проміжне місце між класичним дедуктивним методом і класичним експериментальним методом дослідження” [10, 32]. У зв’язку з цим можна говорити про новий напрямок у розвитку математики, який базується й на математичному формалізмі, й на здоровому глузді, що дозволяє зближати математику з експериментальними науками (природознавством, економікою та ін.). “У ХХ столітті математика перетворилась у своєрідну індустрію концептуальних систем будь-якої міри спільності, репрезентативної сили, інформаційної ємності, прогностичної могутності, пояснювального потенціалу” [11, 160]. Це сприяє збагаченню і розвитку як математики, так і математизованих наук. Вивчаючи дослідницькі можливості машинної математики, багато вчених схильні вважати, що вся історія розвитку математики є передісторією сучасної математики, що бурхливо розвивається, і має велике майбутнє як у розвитку самої математики, так і в математизації всього наукового знання.

ЛІТЕРАТУРА

ЗАРОДЖЕННЯ НАУКИ Й КУЛЬТУРИ ДАВНЬОЇ ГРЕЦІЇ

(опубліковано в журналі "Наука. Релігія. Суспільство". – 2004. – № 2. – С. 276–285)

1. Рассел Б. История западной философии / Б. Рассел. – М. : ИЛ, 1959. – 935 с.
2. Овчинников Н. Ф. Парменид – чудо античной мысли, и непреходящая идея инвариантов / Н. Ф. Овчинников // Вопросы философии. – 2003. – № 6. – С. 83–93.
3. Гомперц Теодор. Греческие мыслители : соч. в 2 т. / Теодор Гомперц ; издание Д. Е. Жуковского. – Санкт-Петербург, 1911. – Т. 1. – 485 с.
4. Энгельс Ф. Диалектика природы / Ф. Энгельс. – М. : Политиздат, 1982. – 559 с.
5. Лосев А. Ф. История античности философии / А. Ф. Лосев. – М. : Мысль, 1989. – 206 с.
6. Узбек К. М. Математическое наследие Эллады / К. М. Узбек. – Донецк : МУЛЬТИПРЕСС, 1997. – 228 с.
7. Гладкий В. Д. Древний мир : энциклопедический словарь в 2 т. / В. Д. Гладкий. – Донецк : МП Отечество, 1996. – Т. 1. – 512 с.
8. Медведев А. П. Геродот / А. П. Медведев. – Донецк : РИП "Лебедь", 1994. – 82 с.
9. Фукидит. История / Фукидит. – М. : Ладомир АСТ, 1999. – 729 с.
10. Гнеденко Б. В. Математика народному хозяйству / Б. В. Гнеденко. – М. : Знание, 1977. – 61 с.
11. Сабо А. О превращении математики в дедуктивную науку и о начале ее исследования / А. Сабо // Историко-математические исследования. – М. : Наука. – 1960. – Вып. 12. – С. 321–392.
12. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире / М. Я. Выгодский. – М. : Наука, 1967. – 367 с.
13. Каган В. Ф. Очерки по геометрии / В. Ф. Каган. – М. : МГУ, 1963. – 570 с.
14. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – 576 с.
15. Жмудь Л. Я. Наука, философия и религия в раннем пифагореизме / Л. Я. Жмудь. – Санкт-Петербург : ВГК, "Алетейя", 1994. – 376 с.

16. Лурье С. Я. К вопросу о египетских влияниях на греческую геометрию / С. Я. Лурье // АИИТ. – 1993. – № 1.
17. Чанышев А. Н. Философия древнего мира / А. Н. Чанышев. – М. : Высшая школа, 2001. – 703 с.
18. Лобковиц Н. Христианство и культура / Н. Лобковиц // Вопросы философии. – 1993. – № 3. – С. 71–81.
19. Шевелев И. Ш. О формообразовании в природе и искусстве / И. Ш. Шевелев // Золотое сечение. – М. : Стройиздат, 1990. – С. 6–129.
20. Кедровский О. И. Система принципов построения дедуктивных теорий / О. И. Кедровский, К. М. Узбек. – К. : Вища школа, 1990. – 132 с.
21. Энгельс Ф. Анти-Дюринг // Ф. Энгельс, К. Маркс. Соч. – [2-е изд.]. – Т. 20.

ПАРАДОКС ЯК СТИЛЬ МИСЛЕННЯ ДРЕВНІХ

(опубліковано в науковому виданні "Філософсько-антропологічні студії". – 2001. – Спецвипуск. – С. 200–210.)

1. Аристотель. Метафизика / Аристотель // Сочинения : в 4 т. – М., 1976. – Т. 1.
2. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К., 1979.
3. Каснер Э. Потерянный и найденный парадокс / Э. Каснер, Д. Ньюмен // Математики о математике. – М., 1969.
4. Кессиди Ф. Х. Сократ / Ф. Х. Кессиди. – М., 1976.
5. Лосев А. Ф. История античной философии / А. Ф. Лосев. – М., 1989.
6. Френкель А. Основания теории множеств / А. Френкель, И. Бархиллел. – М., 1966.
7. Энгельс Ф. Диалектика природы / Ф. Энгельс. – М., 1982.

МАТЕМАТИЧНЕ МИСЛЕННЯ – ОСНОВА РАЦІОНАЛЬНОСТІ ФІЛОСОФІЇ

(опубліковано в філософському альманасі "Мультиверсум". – 2002. – Вип. 31. – С. 202–212.)

1. Панченко Д. В. Фалес: рождение философии науки / Д. В. Панченко // Некоторые проблемы античной науки. – Л., 1989.

2. Боннар А. Греческая цивилизация / А. Боннар. – Ростов-на-Дону, 1994. – Т. 1.
3. Аристотель. Соч. : в 4-х томах / Аристотель. – М., 1967. – Т. 1.
4. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К., 1979.
5. Кессиди Ф. Х. От мифа к логосу / Ф. Х. Кессиди. – М., 1972.
6. Кондаков Н. И. Логический словарь / Н. И. Кондаков. – М., 1971.
7. Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития / О. И. Кедровский. – К., 1973.
8. Маковельский А. О. Древнегреческие автоматы / А. О. Маковельский. – Баку, 1946.
9. Лурье С. Я. Теория бесконечно малых у древнегреческих атомистов / С. Я. Лурье. – М., 1935.
10. Платон. Диалоги "Тимей" и "Критий" // Платон. Соч. : в 3-х тт. – М., 1968. – Т.1.
11. Соколов В. Спиноза / В. Соколов // Философская энциклопедия : в 5 тт. – М., 1979. – Т. 5.
12. Гейтинг А. Обзор исследований по математике / А. Гейтинг. – М.-Л., 1936.
13. Ницше Ф. Соч. : в 2-х тт. / Ф. Ницше – М., 1990. – Т. 1.
14. Глушков В. М. Соч. : в 3-х тт. / В. М. Глушков – К., 1990. – Т. 2.
15. Философский анализ особенностей развития современного естествознания. – К., 1984.
16. Лукасевич Я. О детерминизме / Я. Лукасевич // Вопросы философии. – 1995. – № 5.

ПІФАГОРІЙСЬКА ГАРМОНІЯ В АСТРОНОМІЇ

(опубліковано в філософському альманасі "Мультиверсум". – 2003. – Вип. 35. – С. 105–114.)

1. Гомперц Т. Греческие мыслители / Т. Гомперц // Соч. : в 2-х тт. – СПб., 1911. – Т. 1.
2. Фрагменты ранних греческих философов. – Ч. I. – М., 1989.
3. Аристотель : соч. в 4-х тт. / Аристотель. – М., 1976. – Т. 1.
4. Аристотель : соч. в 4-х тт. / Аристотель. – М., 1987. – Т. 3.
5. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – М., 1979.

ГАРМОНІЯ ПІФАГОРІЙСЬКОЇ ОСОБИСТОСТІ

(опубліковано в журналі "Схід". – 2001. – № 5 (42). – С. 60–64.)

1. Рассел Б. История европейской философии / Б. Рассел. – М. : ИЛ., 1959.
2. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – 575 с.
3. Жмудь Л. Я. Пифагор и его школа / Л. Я. Жмудь. – Л., Наука.
4. Конфорович А. Г. Колумбы математики / А. Г. Конфорович. – Киев, Радянська школа. – 1982.

АТОМІСТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ

ЛЕВКІППА-ДЕМОКРИТА

(опубліковано в журналі "Схід". – 2002. – № 7 (50). – С. 26–30.)

1. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – 585 с.
2. Аристотель. Соч. : в 4-х томах / Аристотель. – М. : Мысль, 1978. – Т. 1. – 550 с.
3. Маркс К. ПСС / К. Маркс, Ф. Энгельс. – Т. 20.
4. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – Киев : Радянська школа, 1979. – 607 с.
5. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский. – М. : Мысль, 1979. – 620 с.
6. Асмус В. Ф. Античная философия / В. Ф. Асмус. – М. : Высшая школа. 2001. – 400 с.
7. Гайденко Пиам. История греческой философии в ее связи с наукой / Гайденко Пиам. – М. : ПЕР СЭ ; СПб., 2000. – 319 с.
8. Аристотель. Соч. : в 4-х томах / Аристотель. – М. : Мысль, 1981. – Т. 3. – 613 с.
9. Лурье С. Я. Теория бесконечно малых у древнегреческих атомистов / С. Я. Лурье. – М., Л., 1935.

ІСТИННІСТЬ ДОКАЗІВ (АНТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ)

(опубліковано в журналі "Схід". – 2002. – № 2 (45). – С. 51–55.)

1. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – 576 с.

2. Башмакова И. Г. О проблемах античной математики / И. Г. Башмакова // Историко-математические исследования. – М., 1963. – Вып. 15.
3. Клайн М. Математика. Поиск истины / М. Клайн. – М. : Мир, 1988. – 296 с.
4. Рассел Б. История европейской философии / Б. Рассел. – М., 1959.
5. Аристотель. Физика / Аристотель // Аристотель. Соч. : в 4-х тт. – М. : Мысль, 1981. – Т. 3. – 613 с.
6. Гомперц Т. Греческие мыслители / Т. Гомперц // Соч. : в 2-х тт. – СПб., 1911. – Т. 1. – 485 с.
7. Голосовкер Я. Э. Логика мифа / Я. Э. Голосовкер. – М. : Наука, 1987. – 218 с.
8. Лосев А. Ф. История античной философии / А. Ф. Лосев. – М. : Мысль, 1989. – 206 с.
9. Платон. Соч. : в 3-х тт. / Платон. – М. : Мысль, 1972. – Т. 3 (1).
10. Чанышев А. Н. Курс лекций по древней философии / А. Н. Чанышев. – М. : Высшая школа, 1981. – 374 с.
11. Аристотель. Метафизика / Аристотель // Аристотель. Соч. : в 4-х тт. – М. : Мысль, 1976. – Т. 1. – 550 с.
12. Каган В. Ф. Очерки по геометрии / В. Ф. Каган. – М. : Изд-во МГУ, 1963. – 570 с.
13. Аристотель. Аналитики I и II / Аристотель // Аристотель. Соч. : в 4-х тт. – М. : Мысль, 1978. – Т. 2. – 688 с.
14. Лейбниц Г. Соч. : в 4-х тт. / Г. Лейбниц. – М. : Мысль, 1983. – Т. 2. – 686 с.

ОЗНАКИ ВИЧЕРПАНОСТІ МАТЕМАТИЧНИХ ТЕОРІЙ І ЇХНЄ ФІЛОСОФСЬКЕ ОБҐРУНТУВАННЯ

(опубліковано у збірнику "Інтелект. Особистість. Цивілізація". – 2004. – Вип. 2. – С. 145–157.)

1. Мордухай-Болтовский Д. Д. Комментарии / Д. Д. Мордухай-Болтовский // Евклид. Начала. Книги I–VI. – М.-Л., 1948. – С. 221–446.
2. Евклид. Начала. Книги I–VI / Евклид. – М.-Л., 1948. – 447 с.
3. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К., 1972. – 607 с.

4. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. Ван дер Варден. – М., 1959. – 459 с.
5. Аристотель. Соч. : в 4-х т. / Аристотель. – М., 1976. – Т. 1. – 550 с.
6. Гильберт Д. Основания геометрии / Д. Гильберт. – М.-Л., 1948. – 492 с.
7. Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития (от Фалеса до эпохи Возрождения) / О. И. Кедровский. – К., 1973. – 212 с.
8. Нагель Э. Теорема Геделя / Э. Нагель, Д. Ньюмен. – М., 1970. – 61 с.
9. Френкель А. Основания теории множеств / А. Френкель, И. Бар-Хиллел. – М., 1966. – 555 с.
10. Цехмистро И. З. Диалектика множественного и единого и континуум / И. З. Цехмистро, Н. П. Бобкова. – Харьков, 1976. – 130 с.
11. Цехмистро И. З. Холистическая философия науки / И. З. Цехмистро. – Сумы, 2002. – 364 с.
12. Платон. Соч. : в 3-х т. / Платон. – М., 1972. – Т. 3 (1). – 381 с.
13. Панфилов В. А. Концептуальная схема диалектического анализа методологии математики Платона / В. А. Панфилов // Вісник Дніпропетровського університету – 2002. – Вип. 9. – С. 3–9.

МАТЕМАТИЧНИЙ РАЦІОНАЛІЗМ МИСЛИТЕЛІВ КЛАСИЧНОГО ПЕРІОДУ

(опубліковано у віснику Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна "Філософські проблеми науки, освіти та культури доби Постмодернізму". – 2003. – № 598. – С. 34–38.)

1. Ван дер Варден В. Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона і Греции / В. Л. Ван дер Варден. – Москва : Госиздат физ.-мат. лит-ры, 1959. – 459 с.
2. Аристотель. Соч. : в 4-х т. / Аристотель. – Москва : Мысль, 1978. – Т. 1. – 550 с.
3. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский. – Москва : Мысль, 1979. – 620 с.
4. Фрагменты ранних греческих философов. – Москва : Наука, 1989. – Ч. 1. – 576 с.

5. Кисиль В. Я. Галерея античных философов : в 2-х т. / В. Я. Кисиль, В. В. Рибери. – Москва : ФАИР-ПРЕСС, 2002. – Т. 1. – 576 с.
6. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К. : Радянська школа, 1972. – 607 с.
7. Нейгебауэр О. Точные науки в древности / О. Нейгебауэр. – Москва : Наука, 1968. – 224 с.
8. Платон. Соч. : в 3-х т. / Платон. – Москва : Мысль, 1972. – Т. 3 (1). – 550 с.
9. Аристотель. Соч. : в 4-х т. / Аристотель. – Москва : Мысль, 1978. – Т. 2. – 685 с.
10. Вейль Г. О философии математики / Г. Вейль. – Москва-Ленинград : Гостехиздат, 1934. – 128 с.
11. Гайденок Пиам. История греческой философии в ее связи с наукой / Пиам Гайденок. – Москва : ПЕР СЭ ; Санкт Петербург : Университетская книга, 2000. – 319 с.
12. Лейбниц Г. Соч в 4-х т. / Г. Лейбниц. – Москва : Мысль, 1983. – Т. 2. – 685 с.

РАЦІОНАЛІЗМ МИСЛИТЕЛІВ АФІНСЬКОЇ АКАДЕМІЇ

(опубліковано у віснику Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна "Проблеми буття людини". – 2001. – № 501. – С. 23–29.)

1. Гомперц Т. Греческие мыслители / Т. Гомперц. – СПб., 1911. – Т. 1. – 486 с.
2. Кессиди Ф. К. От мифа к логосу / Ф. К. Кессиди. – М. : Мысль, 1972. – 312 с.
3. Словарь античности. – М. : Прогресс, 1993. – 704 с.
4. Аристотель. Метафизика / Аристотель // Аристотель. Соч. : в 4 т. – М., 1976. – Т. 1.
5. Бородин А. И. Биографический словарь в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – Киев : Вища школа, 1979. – 608 с.
6. Чанышев А. Н. Курс лекций по древней философии / А. Н. Чанышев. – М. : Высш. школа, 1981.
7. Платон. Соч. : в 3-х тт. / Платон. – М. : Мысль, 1972. – Т. 3 (2).
8. Платон. Соч. : в 3-х тт. / Платон. – М. : Мысль, 1972. – Т. 3 (1).
9. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – Ч. I. – 576 с.

10. Гайдено П. П. Обоснование научного знания в философии Платона / П. П. Гайдено // Платон и его эпоха. – М. : Наука, 1979. – С. 98–143.

11. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский. – М., 1979.

ЕЙДЕТИЧНА ОСНОВА МАТЕМАТИЧНОЇ КЛАСИКИ

(опубліковано в філософському альманасі "Мультиверсум". – 2003. – Вип. 38. – С. 166–175.)

1. Панфилов В. А. Концептуальная схема диалектического анализа методологии математики Платона / В. А. Панфилов // Вісник Дніпропетровського університету. – 2002. – Вип. 9.

2. Платон. Соч. : в 3-х тт. / Платон. – М., 1972. – Т. 3, Ч. 1.

3. Голосовкер Я. З. Логика мифа / Я. З. Голосовкер. – М., 1987.

4. Гайдено П. П. Обоснование научного знания в философии Платона / П. П. Гайдено // Платон и его эпоха. – М., 1979.

5. Лосев А. Ф. История античной философии / А. Ф. Лосев. – М., 1989.

6. Тахо-Годи А. А. Миф у Платона как действительное и выражаемое / А. А. Тахо-Годи // Платон и его эпоха.

7. Чанышев А. Н. Курс лекций по древней философии / А. Н. Чанышев. – М., 1981.

8. Кантор Г. Теория множеств / Г. Кантор. – М., 1985.

9. Васильев А. Н. Воображаемая логика / А. Н. Васильев. – М., 1989.

10. Фукидид. История / Фукидид. – М., 1999.

11. Рассел Б. История европейской философии / Б. Рассел. – М., 1959.

ФІЛОСОФІЯ МАТЕМАТИКИ АРИСТОТЕЛЯ

(опубліковано в філософському альманасі "Мультиверсум". – 2002. – Вип. 27. – С. 106–114.)

1. Энгельс Ф. Анти-Дюринг / Энгельс Ф. – М., 1977.

2. Фрагменты ранних греческих философов. – М., 1989.

3. Аристотель. Соч. : в 4 тт. / Аристотель. – М., 1976. – Т. 1.

4. Аристотель. Соч. : в 4 тт. / Аристотель. – М., 1978. – Т. 2.

5. Аристотель. Соч. : в 4 тт. / Аристотель. – М., 1981. – Т. 3.

6. Платон. Соч. : в 3 тт. / Платон. – М., 1971. – Т. 3 (1).
7. Лейбниц Г. Соч. : в 4 тт. / Г. Лейбниц. – М., 1983. – Т. 2.

**СИСТЕМАТИЗАЦІЯ НАУКОВИХ І ФІЛОСОФСЬКИХ ЗНАНЬ
У ТВОРАХ АРИСТОТЕЛЯ – ФОРМА РОЗВИТКУ
АНТИЧНОЇ РАЦІОНАЛЬНОСТІ**

*(опубліковано у віснику Харківського національного університету
ім. В. Н. Каразіна "Філософські проблеми науки та культури". –
2004. – № 625-1. – С. 20–25.)*

1. Философский энциклопедический словарь. – М. : Советская Энциклопедия, 1983. – 840 с.
2. Аристотель. О частях животных / Аристотель. – М., 1937.
3. Аристотель. Метафизика / Аристотель // Соч. : в 4-х тт. – М. : 1976. – Т. 1. – 550 с.
4. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1978. – Т. 2. – 590 с.
5. Чанышев А. Н. Курс лекций по древней философии. – М. : Высшая школа, 1981. – 374 с.
6. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях философов / Диоген Лаэртский. – М. : Мысль, 1979. – 620 с.
7. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука. Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. Ван дер Варден. – М. : Физматгиз, 1959. – 459 с.
8. Вейль Г. О философии математики / Г. Вейль. – М.-Л. : ГосТГИ, 1934. – 128 с.
9. Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития (от Фалеса до эпохи Возрождения) / О. И. Кедровский. – К. : КГУ, 1973. – 213 с.
10. Бурбаки Н. Очерки по истории математики / Н. Бурбаки. – М. : ИЛ, 1962. – 292 с.
11. Микеладзе З. Основоположения логики Аристотеля / З. Микеладзе // Аристотель. Соч. : в 4-х тт. – М. : Мысль, 1978. – Т. 2. – С. 5–50.
12. Лейбниц Г. В. Соч. : в 4 т. / Лейбниц Г. В. – М. : Мысль, 1983. – Т. 2. – 685 с.
13. Соловей Л. А. Практическая природа идеалов познавательной деятельности / Л. А. Соловей. – К. : Вища школа, 1986. – 218 с.
14. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1981. – Т. 3. – 613 с.

15. Субботин А. Древнегреческая логика / А. Субботин // Философская энциклопедия : в 5-ти тт. – М. : Сов. Энциклопедия, 1962. – Т. 2. – С. 62–64.

ЗАРОДЖЕННЯ ВИЩОЇ МАТЕМАТИКИ

(феномени руху, переходу, змінних величин, нескінченності)

(опубліковано у віснику Харківського національного університету ім. В. Н. Каразіна "Наука, теологія, постмодерн". – 2002. – № 552-2. – С. 134–147.)

1. Энгельс Ф. Анти-Дюринг / Ф. Энгельс. – М. : Политиздат, 1977. – 483 с.

2. Философская энциклопедия : в 5 тт. – М. : Сов. Энциклопедия, 1960. – Т. 1. – 504 с.

3. Философская энциклопедия : в 5 тт. – М. : Сов. Энциклопедия, 1962. – Т. 2. – 575 с.

4. Фрагменты ранних греческих мыслителей. – М. : Наука, 1989. – Ч. 1. – 576 с.

5. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1981. – Т. 3. – 612 с.

6. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – К. : Радянська школа, 1979. – 607 с.

7. Рожанский И. Д. Анаксагор / И. Д. Рожанский. – М. : Мысль, 1983. – 142 с.

8. Лурье С. Я. Демокрит. Тексты. Перевод. Исследования / С. Я. Лурье. – Л., 1970.

9. Узбек К. М. Математическое наследие Эллады / К. М. Узбек. – Донецк : Мультипресс, 1997. – 228 с.

10. Архимед. Послание Архимеда Эратосфену о некоторых теоремах механики / Архимед. – Одесса, 1909.

11. Прерывное и непрерывное. – К. : Наукова думка, 1983. – 312 с.

12. Рыбников К. А. История математики / К. А. Рыбников. – М., 1974. – 455 с.

13. Энгельс Ф. Диалектика природы / Ф. Энгельс. – М. : Политиздат, 1982. – 360 с.

14. Лейбниц Г. Соч. : в 4-х т. / Лейбниц Г. – М. : Мысль, 1984. – Т. 3. – 734 с.

ВИТОКИ І ПІДВАЛИНИ АНТИЧНОЇ МЕХАНІКИ

(опубліковано в журналі "Схід". – 2003. – № 3 (53). – С. 63–66.)

1. Рассел Б. История западной философии / Б. Рассел. – М. : ИЛ, 1959. – 860 с.
2. Фукидит. История / Фукидит. – М. : Научно-издат. центр "Ладомир" АСТ, 1999. – 730 с.
3. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский. – М. : Мысль, 1979. – 620 с.
4. Ван дер Варден. Пробуждающаяся наука / Ван дер Варден. – М. : ГИФМЛ, 1959.
5. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – Ч. 1. – 576 с.
6. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1978. – Т. 2. – 590 с.
7. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1976. – Т. 1. – 550 с.
8. Кольман Э. История математики в древности / Э. Кольман. – М. : Физматгиз, 1961.
9. Веселовский Н. И. Комментарии / Н. И. Веселовский // Архимед. – М., 1962.
10. Лейбниц Г. Соч. : в 4-х тт. / Г. Лейбниц. – М. : Мысль, 1984. – Т. 3. – 734 с.
11. Рожанский И. Д. История естествознания в эпоху эллинизма и римской империи / Рожанский И. Д. – М. : Наука, 1988. – 448 с.
12. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире / М. Я. Выгодский. – М. : Наука, 1967. – 367 с.
13. Козлов Б. И. Возникновение и развитие технических наук / Б. И. Козлов. – Ленинград : Наука, 1988. – 247 с.

ВПЛИВ МАТЕМАТИКИ І МЕХАНІКИ НА РОЗВИТОК ФІЛОСОФІЇ

(опубліковано в журналі "Схід". – 2004. – № 2 (60). – С. 3–7.)

1. Козлов Б. И. Возникновение и развитие технических наук / Б. И. Козлов. – Ленинград : Наука, 1988. – 247 с.
2. Узбек К. М. Развитие рациональности в античной математике и философии / К. М. Узбек. – Донецьк : Донецкий государственный университет экономики и торговли им. М. Туган-Барановского, 2003. – 368 с.

3. Ван дер Варден Б. Л. Пробуждающаяся наука: Математика Древнего Египта, Вавилона и Греции / Б. Л. Ван дер Варден. – М. : Физматгиз, 1959. – 459 с.
4. Диоген Лаэртский. О жизни, учениях и изречениях знаменитых философов / Диоген Лаэртский. – М. : Мысль, 1979. – 620 с.
5. Фрагменты ранних греческих философов. – М. : Наука, 1989. – Ч. 1. – 575 с.
6. Бородин А. И. Биографический словарь деятелей в области математики / А. И. Бородин, А. С. Бугай. – Киев : Радянська школа, 1972. – 607 с.
7. Нейгебауэр О. Точные науки в древности / О. Нейгебауэр. – М. : Наука, 1968. – 224 с.
8. Бурбаки Н. Очерки по истории математики / Н. Бурбаки. – М. : ИЛ, 1962. – 292 с.
9. Эвклид. Начала. Книги I–VI / Эвклид. – М.-Л. : ОГИЗ, 1948. – 447 с.
10. Мордухай-Болтовский Д. Д. Комментарии / Д. Д. Мордухай-Болтовский // Начала Евклида. Книги I–VI. – М.-Л. : ОГИЗ, 1948. – С. 221–446.
11. Кедровский О. И. Взаимосвязь философии и математики в процессе исторического развития (от Фалеса до эпохи Возрождения) / О. И. Кедровский. – К. : КГУ, 1973. – 213 с.
12. Узбек К. М. Математическое наследие Эллады / К. М. Узбек. – Донецк : Мультипресс, 1997. – 228 с.
13. Лейбниц Г. Соч. : в 4-х тт. / Г. Лейбниц. – М. : Мысль, 1984. – Т. 3. – 734 с.

ВЗАЄМОЗВ'ЯЗОК МАТЕМАТИКИ І ФІЛОСОФІЇ У ПРОЦЕСІ ІСТОРИЧНОГО РОЗВИТКУ

(опубліковано в журналі "Схід". – 2005. – № 5 (71). – С. 87–92.)

1. Гайденко Пиамма. История греческой философии в ее связи с наукой / Пиамма Гайденко. – Москва : ПЕР СЭ ; СПб. : Университетская книга, 2000. – 319 с.
2. Гомперц Т. Греческие мыслители / Гомперц Т. // Соч. : в 2-х тт. – СПб. : издание Д. Е. Жуковского, 1911. – Т. 1. – 485 с.
3. Койре А. Очерки истории философской мысли / А. Койре. – Москва : Прогресс, 1985. – 286 с.
4. Энгельс Ф. Диалектика природы / Ф. Энгельс. – Москва : Политиздат, 1982. – 360 с.

5. Энгельс Ф. Анти-Дюринг / Ф. Энгельс. – Москва : Политиздат, 1977. – 483 с.
6. Математический энциклопедический словарь. – Москва : СЭ, 1988. – 847 с.
7. Фрагменты ранних греческих философов. – Москва : Наука, 1989. – 576 с.
8. Льюис Дж. Античная философия. От Фалеса до Сократа / Дж. Льюис. – Минск : Галаксис, 1997. – 207 с.
9. Лурье С. Я. Теория бесконечно малых у древнегреческих атомистов / С. Я. Лурье. – Москва-Ленинград : АН СССР, 1935. – 197 с.
10. Платон. Диалоги "Тимей" и "Критий" / Платон // Соч. : в 3-х тт. – Москва : Мысль, 1968. – Т. 3 (1). – С. 435–560.
11. Аристотель. Метафизика / Аристотель // Соч. : в 4-х тт. – Москва : Мысль, 1976. – Т. 1. – 550 с.
12. Ницше Ф. Соч. : в 2-х тт. / Ф. Ницше. – Москва : Мысль, 1990. – Т. 1. – 831 с.
13. Лукасевич Ян. О детерминизме / Ян Лукасевич // Вопросы философии. – 1995. – № 5. – С. 60–71.

РАЦІОНАЛІЗМ НАУКИ ПІЗНЬОГО ЕЛЛІНІЗМУ ТА РИМСЬКОГО ПЕРІОДУ

*(опубліковано в філософському альманасі "Мультиверсум". –
2003. – Вип. 33. – С. 173–183.)*

1. Рожанский И. Д. История естествознания в эпоху эллинизма и Римской империи / И.Д. Рожинский. – М., 1988.
2. Чалоян В. К. Восток-Запад / В. К. Чалоян. – М., 1968.
3. Гердер И. Г. Идеи к истории философии человечества / И. Г. Гердер. – М., 1977.
4. Рассел Б. История европейской философии / Б. Рассел. – М., 1959.
5. Выгодский М. Я. Арифметика и алгебра в древнем мире / М. Я. Выгодский. – М., 1967.
6. Узбек К. М. Математическое наследие Эллады / К. М. Узбек. – Донецк, 1997.
7. Бронштэйн В. А. Клавдий Птолемей / В. А. Бронштэйн. – М., 1988.

8. Диофант. Арифметика / Диафант. – М., 1974.
9. Башмакова И. Г. Вступительная статья / И. Г. Башмакова // Диофант. Арифметика. – М., 1974.

**НАУКОВА РАЦІОНАЛЬНІСТЬ XVII СТ. У КОНТЕКСТІ
СПАДКОВСТІ АНТИЧНОЇ МАТЕМАТИКИ І МЕТОДОЛОГІЇ**
(опубліковано в журналі "Схід". – 2006. – № 1 (73). – С. 86–91.)

1. Монтень М. Опыты / М. Монтень // Соч. : в 3-х тт. – М.-Л., 1960. – Т. 3.
2. Бэкон Ф. Соч. : в 2-х тт. / Ф. Бэкон. – М. : Мысль, 1977. – Т. 1. – 567 с.
3. Мамардашвили М. К. Классический и неклассический идеалы рациональности / М. К. Мамардашвили. – Тбилиси, 1984.
4. Соколов В. В. Философский синтез Готфрида Лейбница / В. В. Соколов // Г. В. Лейбниц. Соч. : в 4-х тт. – М. : Мысль, 1982. – Т. 1. – С. 3–77.
5. Фишер К. Реальная философия и ее век / К. Фишер. – СПб., 1870. – 187 с.
6. Маркс К. Святое семейство / К. Маркс, Ф. Энгельс // Соч. – М. : Политич. лит-ра, 1973. – Т. 2.
7. Субботин А. Л. Фрэнсис Бэкон и принципы его философии / А. Л. Субботин // Ф. Бэкон. Соч. : в 2-х тт. – М. : Мысль, 1977. – Т. 1. – С. 5–53.
8. Галилей Галилео. Избранные труды : в 2-х тт. / Галилео Галилей. – М. : Наука, 1964. – Т. 1. – 640 с.
9. Галилей Галилео. Избранные труды : в 2-х тт. / Галилео Галилей. – М. : Наука, 1964. – Т. 2. – 572 с.
10. Кант И. Критика чистого разума / И. Кант // Соч. : в 6 тт. – М. : Мысль, 1964. – Т. 3. – 799 с.
11. Гайденок П. П. Эволюция понятия науки (XVII–XVIII вв.). Формирование научных программ Нового времени / П. П. Гайденок. – М. : Наука, 1987.
12. Йолон П. Ф. Рациональность в науке и культуре / П. Ф. Йолон, С. Б. Крымский, Б. А. Парахонский ; отв. редактор В. П. Иванов. – К. : Наукова думка, 1989.

ЛОГІКО-ДЕДУКТИВНЕ ОБҐРУНТУВАННЯ ПРОГРАМУВАННЯ

(опубліковано в журналі "Схід". – 2002. – № 5 (48). – С. 45–50.)

1. Аристотель. Соч. : в 4-х тт. / Аристотель. – М. : Мысль, 1978. – Т. 2. – 687 с.
2. Гильберт Д. Основы геометрии / Д. Гильберт. – М.-Л. : ОГИЗ, 1948. – 491 с.
3. Гильберт Д. Основания математики, теория доказательств / Д. Гильберт, П. Бернайс. – М. : Наука, 1982.
4. Свиницкий В. Н. Кибернетический стиль мышления в современном научном мире / В. Н. Свиницкий // Философ. проблемы соврем. Естествознания. – 1979. – № 47.
5. Дейкстра Э. Дисциплина программирования / Э. Дейкстра. – М. : Мир, 1978.
6. Молчанов И. Н. Проблемы и перспективы развития прикладного программного обеспечения / И. Н. Молчанов // Управляющие системы и машины. – 1988. – № 2.
7. Андерсон Р. Доказательство правильности программ / Р. Андерсон. – М. : Мир, 1982.
8. Анисимов А. М. ЭВМ и понимание математических доказательств / А. М. Анисимов // Вопросы философии. – 1988. – № 3.
9. Яковлев Ю. С. Принципы организации инструментальных средств автоматизации прикладного программирования для персональных ЭВМ / [Ю. С. Яковлев, Б. В. Новиков, Ю. М. Штерн и др.] // Управляющие системы и машины. – 1988. – № 2.
10. Глушков В. М. Соч. / В. М. Глушков. – Т. 2.
11. Философский анализ особенностей развития современного естествознания. – Киев : Наукова думка, 1984.